

從數學科普書籍閱讀活化領域教學

林壽福 臺北市興雅國中

壹、 有哪些材料可以用、怎麼用？

一、 數學大騷動簡介


推薦單位與推薦者： 基隆市國中數學輔導團 / 許文璋校長

書名	數學大騷動-在意想不到的地方發現數學
作者/譯者/繪者	作者： 柯拉·李、吉利安·奧瑞立 譯者： 俞璿
出版社	究竟出版社
出版年月/版別	2008年6月30日
頁數	
用途	<input checked="" type="checkbox"/> 學生自行閱讀 <input checked="" type="checkbox"/> 師生共讀與討論 <input type="checkbox"/> 教師自我成長 <input type="checkbox"/> 教學資源參考
主要內容	<input type="checkbox"/> 數學史 <input checked="" type="checkbox"/> 生活數學 <input checked="" type="checkbox"/> 跨領域連結 <input type="checkbox"/> 學習方法 <input type="checkbox"/> 教學方法 <input type="checkbox"/> 數學解題 <input type="checkbox"/> 數學思考 <input checked="" type="checkbox"/> 數學遊戲 <input type="checkbox"/> 數學繪本 <input type="checkbox"/> 其他
內容簡介	<p>資源回收箱裡塞滿了數學課本，筆記本和尺，學生在丟，老師也在丟。教我們數學的諾頓老師，正高興的合不攏嘴，我早就知道他討厭教數學...</p> <p>這是《數學大騷動》這本書的開場白。全書從新聞報導學區教育局長雷克先生明令宣佈，學校課程將取消數學這門科目，而且命令即刻生效，這時大街小巷歡聲雷動，「哇，太棒了！我們以後不必再上數學課了。」興奮的言語不絕於耳。雷克先生進一步指出：「孩子們只需要學會基本的四則運算，也就是加減乘除，而這些用計算機就綽綽有餘了，數學沒那麼重要，何必給大家增添額外的壓力呢？」正當大家沉浸在這一片歡樂氣氛時，一位熱愛數學的學生山姆，他深信數學無所不在，每個人隨時隨地跟他一樣都在用數學。為了證明這一點，更為了說服雷克先生恢復數學課程。於是在山姆的引領下，透過公開辯論的方式說明了數學真的隱藏在生活中：運動中有數學，繪畫中有數學，音樂，自然和遊戲中都有數學，原來我們的生活和數學息息相關。</p>

本書所提相關數學如下:

組合(樹狀圖)	p. 13
混沌(chaos)	p. 16
自然數.整數.有理數.無理數.虛數	p. 21
等比數列.級數.機率	p. 24
三角形結構	p. 26
不同三角形產生不同的作用	p. 29
大小圓組合產生省力或省時	p. 29
不是圓型的輪子	p. 31
45° 角讓球飛得最遠	p. 33
畢氏學派:和諧比.三角數.平方數.畢氏定理	p. 36
畫中的數學	
簡單棋盤格形是由等邊等角的圖形所組成.	
例如三角形,正方形和六角形	pp. 42-43
電影特效.動畫	pp. 46-48
透視原理(射影幾何)	p. 54
消失點(無限)	pp. 55-56
音樂中的數學	p. 61
MP3: 32 百萬位元壓縮成只剩下 3 百萬位元	p. 64
隨機切割重組作曲(嘻哈舞曲創作)	p. 69
女數學家希巴提雅(西元前 370~451 年)	
螞蟻蜜蜂推估距離找到回家的路	pp. 74-75
六邊形的蜂房(棋盤格形)可以容納較多的蜂蜜， 建造時所需的蜂蠟比較少，建造起來也比較省力	p. 77
對數螺線(鸚鵡螺)	p. 82
黃金矩形.黃金分割率(Phi)	p. 82
費波那契數列	p. 86
碎形(fractal)	p. 88
費波那契數列的美：一個數字.除以它的前一個數字 例如:2/1=2 , 3/2=1.5 , 5/3=1.667 8/5=1.6 , 13/8=1.625...	
答案會越來越接近黃金分割率這個無理數 1.618..	p. 88
畢達哥拉斯樹的碎形	p. 93
女數學家蘇菲基曼(西元 1776~1837 巴黎)	p. 94
拓樸(橡皮板幾何學)	p. 106
莫比烏斯帶的應用	p. 107
數學家查爾斯·路德維基·道奇森(西元 1832~1898)	

	<p>是”愛麗斯夢遊仙境”的作者 p. 113</p> <p>質數與密碼 p. 120</p> <p>巴斯卡三角形與費波那契數列 p. 125</p> <p>巴斯卡三角形與二進位 p. 126</p> <p>巴斯卡三角形與排列組合 p. 129</p> <p>對稱數 p. 130</p> <p>數學加司林維薩·羅曼奴贊(西元 1887~1920 印度) p. 131</p> <p>1729 是最小的數字能夠用兩組數字，分別以三次方加總得出。$1729=9^3+10^3=1^3+12^3$</p> <p>等比數列與等比級數 p. 136</p> <p>安德魯·懷爾斯(西元 1953~)證明費馬最後定理 p. 140</p> <p>名詞解釋 pp. 142-149</p>
<p>推薦理由</p>	<p>以上這些數學存在生活周遭何處，是本書最精彩的部分，值得讀者細細品味。</p> <p>全書有許多發人深省的地方，尤其對於從事第一線數學教學的老師們應該感受更深。例如：當宣佈取消數學課程時，幾乎所有學生都是非常興奮的，而且急忙將數學課本丟掉，甚至數學老師也有同樣的反應。為什麼我們學生從小到大學了很多數學，卻不愛數學，對數學的興趣缺缺，而從國際測驗評比中，也發現國內學生學習數學的成就，雖然在全世界名列前茅，但興趣與信心，卻隨著年齡增加而逐漸降低。究竟是什麼原因？是教材？是師資？是考試？是制度？是環境？是家長？還是學生本身……確實值得我們深思檢討。此外，書中提供了許多生活中意想不到的數學應用及數學家的故事，是非常值得在課堂上和學生共同討論，相信一定可以提升學生學習動機。當然這也提醒老師們，教學之餘不忘發揮創意，尋找更多生活中有趣的數學，豐富你的教材。</p> <p>全書作者鋪陳許多精彩趣味的情節，以及巧妙不著痕跡的安排，讓數學彷彿就從你的身邊突然跳出來，告訴你「我就是數學」。這是一本所有學數學的人，教數學的人，喜愛數學的人，討厭數學的人，懂數學的人，不懂數學的人都必看的書，是值得強烈推薦的一本科普好書。</p>

封面/尺寸	
同系列讀物 簡介	從旅遊學數學 作者：曹亮吉 天下文化

二、數學大騷動導讀——以第二章〈體育館裡的打賭〉為例

本次測驗所設計工具，擬評量學生下列能力：專注提取、理解監控、歸納推論、詮釋整合、組織聯想、分析綜合等。

- 能專注地提取特定觀點，詮釋文意；
- 能自然地意識到自己是否理解文本內容，並能主動採取一些補救策略；
- 在回答問題時，能運用聯想力作歸納推論，找出概念間的關係；
- 在作文章摘要、勾勒重點時，能統整文本脈絡和同化自我的新舊知識經驗，並能預測下一段文章的內容。
- 能檢驗或評估文本的特性與風格；能透過擬題與解題過程中，深化對文本的理解，並與同儕間作互動學習，經歷社會化情境，最後還能從閱讀中找到樂趣。

根據認知學習理論的說法，閱讀是一種知識重建的過程，在閱讀歷程中，讀者與文本發生交互作用，新舊知識透過同化作用會產生新的意義。數學文本裏的符號、代數式、圖形、圖表以及文字，同樣需要經過閱讀才能理解。閱讀是數學學習活動形式之一，美國學者柯爾 (C. G. Corle) 歸納數學閱讀理論指出，數學閱讀能力是一種重要的數學能力，是數學思維的基礎，對於解決問題具有重要作用。所謂數學閱讀能力，是指保存數學概念的能力，也是指建立數學概念之間聯

繫，以及發展邏輯推理能力。而要提高數學閱讀能力，就必須全力加強學生與文本 (text) 對話的能力，只有在與文本經常性地對話中，數學閱讀能力才可望得到提升。此外，加強與文本對話也是促進學生改變學習方式的有效途徑，在經常性與文本對話中學會自主的學習，獨立有效的思考，這才是內化為個人學習能力的重要保證和依據。只有學生的數學閱讀能力提高了，才是未來可持續發展和終身學習的關鍵性利基。

總之，要培養學生數學閱讀能力，必須從激發他們閱讀數學文本的興趣開始。當務之急，便是教師要加強指導學生掌握數學閱讀的方法，逐步形成閱讀策略，使學生能經歷「願讀」、「會讀」，最後到「樂讀」的蛻變過程，如此自學能力的養成自然指日可待矣！

◎ 教師引導

1. 閱讀方法：

(1) 找大意（# 專注、理解監控、組織綜合）

※ 摘要 — 全章內容改寫成 200 字左右的小文章。從閱讀文本中區辨重要與不重要的訊息，亦即能保留文章重點、略去細節、找出主題句，然後綜合這些訊息創造出一篇新的、連貫的、濃縮的文章，來代表原來的內容。摘要策略是最為學者所推薦運用的策略，它可以幫助學生更加了解文本的主要結構以及各重點間的關連，也可以幫助學生覺知與控制自己的閱讀過程，促進後設認知的監控。

※ 重點 — 包含找出文章的要旨 (gist)、主題 (topic)；主題句 (topic sentence)、結構 (structure)、關鍵字 (keyword)、論題(thesis)、話題 (theme) 說明 (interpretation)。

(2) 解釋相關數學概念或活動（解釋閱讀材料、提出理由支持）（# 理解與澄清），譬如無理數、有理數、虛數、平方根；形數、畢氏定理、萬物皆數、畢氏學派。

(3) 閱讀經驗分享（比較自己的經驗、比較以前閱讀過的材料）（# 同化聯想、歸納推論），譬如比較自己的生活經驗和文章內容，並以自己的背景知識來推論文章的意義 —— 活化先備知識 (activation prior)

knowledge)。

- (4) 臆測 (預測文中接下來會發生的事) (# 歸納推論、理解監控、聯想)
譬如預測下一段或下一章可能出現的內容。
- (5) 描述風格和結構 (# 反思、監控)

2. 擬題與解題：讓學生透過批判文本內容或自己提出問題、解決問題，以及和同學對話問答過程中，藉以了解學生閱讀理解狀況。(底下問題為老師所示範)

◎ 閱讀測驗選文 (數學大騷動——腳踏車與數學選文 pp. 25-31)

- ◆ 同學們！你（妳）們知道台灣時下最夯的運動是什麼嗎？
- ◆ 看看底下這樣一部腳踏車，你（妳）想問第一個的問題是什麼？



山姆與教育局長雷克先生的辯論會首戰來到體育館。

山姆說：「好，那麼我們就在這個體育館裡開始辯論吧！」「孩子，你確定嗎？這裡可沒什麼東西是跟數學有關的啊。」山姆很鎮定的望著雷克先生說：「在你面前就有了。」山姆向我們班上的超級運動員招了招手。是艾美莉。她為了參加下一屆的單車比賽，剛剛去受訓，現在才回到學校來。

「艾美莉，妳可以過來一下嗎？」

「山姆你好！雷克先生你好！」她一邊說著，一邊把她的腳踏車靠在牆壁上停好。

「山姆，你要我怎麼幫你呢？我不討厭數學。不過我做的事跟數學都沒什麼

關係耶！」

「當然有關係！」山姆立刻說：「騎腳踏車正是一種與幾何學有關的運動。」就這樣，辯論會開始了。

「幾乎所有的腳踏車都包含三角形的框架結構，這是一種最結實牢固的結構，因為三角形的結構最不容易被騎乘者的體重壓垮。在碰撞、煞車，以及用力踩踏板時，也比較不容易出問題。同樣的道理，在橋梁、高樓、圓球形建築物上，也能發現三角形的結構。」

山姆接著說：「我本來不確定那些又酷又炫的專業級腳踏車是否也具有三角形結構。其實，三角形結構是車體的基本結構。只不過有時為了裝置避震器等零件，必須將三角形的框架彎曲，或略微削減。近年來，腳踏車車體運用了新的金屬材質，例如鉻和鈦，比別的金屬來得堅固，因此腳踏車的設計師可以開始嘗試新的造型。」

「等一下！」我忍不住打斷山姆的話，因為我想到我和他的腳踏車。「我腳踏車上的三角框架，比艾美莉那部車的扁平。而你的腳踏車，三角框架又比我和她的車更扁平，這其中有什麼奧妙嗎？」

「這是因為車子設計的用途不同。」山姆說：「你的腳踏車是越野車。越野腳踏車不是用來騎在一般道路上的，它必須能騎上陡峭的山坡，越過溪流，在岩石上顛簸而行，所以三角框架必須降低，以便適應山路的顛簸。越野腳踏車的框架必須短而寬。」

山姆繼續解釋：「至於我的腳踏車是 BMX 單車—它是用來飛躍的！車子後方的三角結構必須盡量扁平，讓我在落地時可以盡量貼近地面。這種腳踏車特別適合用來跳躍、旋轉，以及在充滿障礙物的極限運動場上行進。它也讓我很容易就能踩踏板加速。」



「至於我的腳踏車，」艾美莉說：「三角框架就不必太靠近地因為我騎車時不需要做出旋轉、扭轉或跳躍的特技。」

「沒錯！」山姆說：「一般道路專用的腳踏車，是為了長時間在的道路上騎乘，或是比賽之用，不必考慮路面顛簸的問題，重要的以輕鬆地踩踏板，因此車體的三角框架就必須設計得高而窄。」

「可惜我的車不適合爬坡。」我想到每天放學回家時都要騎一段路：「就算我一路使勁踩踏板，也無法一口氣爬完那個坡！」

我知道了！

腳踏車的踏板—齒輪—鍊條，三者之間的搭配是有玄機的！你有試過騎沒有變速裝置的腳踏車爬坡嗎？騎變速腳踏車時，你可以藉由踩踏板來帶動鍊條，鍊條套住一組前齒輪和後齒輪。你踩踏板時要使多少勁，取決於你選的齒輪組。

齒輪比高（前齒輪越大，後齒輪越小），每踩踏板一圈，輪子轉動的圈數比較多，前進的距離也比較長。這種齒輪組比較適合在平坦的路面騎乘。

至於騎上坡路時就不同了！此時重要的就不是前進的距離長短，你得趕快切換到低齒輪比（前齒輪越小，後齒輪越大）。這時每踩踏板一圈，前進的距離比較短。但是踏板踩起來比較不費力，就算是陡坡也覺得輕鬆！人們騎車時可能自以為是技術好，其實只有數學迷才知道，騎車輕鬆的祕訣在於齒輪比呀！

「那也跟幾何學有關哦。我指的是圓形，還有比例的問題。」山姆接著說：「所謂的比例，就是比較兩個數字。現在我們要比較的是，腳踏車前後兩顆齒輪的大小，這關係到你每踩踏板一圈，腳踏車的輪子會轉幾圈。」

「等一下，山姆，」艾美莉說：「齒輪不一定是圓形的哦！我曾經看過卵形，也就是橢圓形的齒輪。」

「沒錯，我爸爸的腳踏車，前齒輪是橢圓形，後齒輪是圓形。真希望我的腳踏車也有這種齒輪。有些單車騎士認為這種齒輪形狀可以提供更大的推動力，但是也有人不以為然。」山姆聳聳肩表示：「力量大不大無所謂，我就是喜歡那種形狀。」

我不是提過！所有的事物都會被山姆解讀成形狀和圖形嗎？腳踏車在他的

眼中，是三角形和圓形或橢圓形的組合！

艾美莉聽得津津有味，她很有興趣了解事物運作的原理。這些有關騎車的小撇步我也很感興趣，不過讓我更高興的是不必去算那些數學。至於雷克先生，他顯然不覺得山姆說的有什麼了不起。

「腳踏車就是腳踏車，」他說：「爬坡登山很簡單呀，用力踩踏板就是了，哪裡需要懂得數字和形狀！」

山姆胸有成竹，他已經想好另一個例子。

打賭你沒聽過……

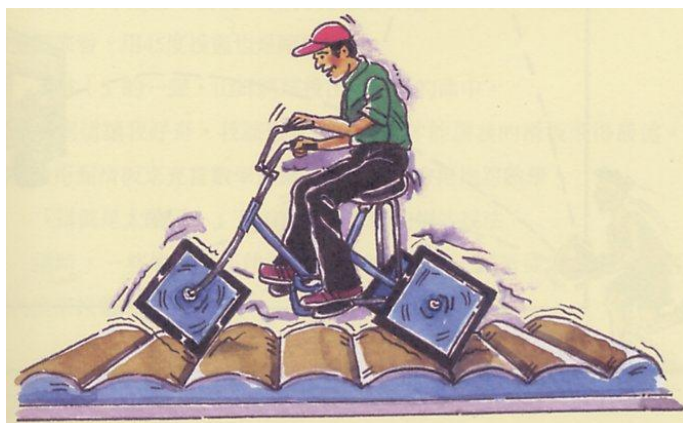
你有聽過方形輪子的腳踏車嗎？一無可取是吧，哈哈！

不過山姆告訴我，偏偏就有一位名叫史坦·瓦根的數學教授，還真的製造出一部方形輪子的腳踏車呢！為了配合這部腳踏車的輪子，他還得特別建造一段專用道路，路面是間隔相等且形狀相同的突起。瓦根教授把這種道路稱為「倒懸拱形路」。所謂的拱形，就是當你兩手各執繩子或鍊子的一端時，繩子或鍊子所形成的形狀。

想像一下，在這種由倒懸拱形所形成的路面，瓦根教授騎著那部輪子怪異的腳踏車前進，一定很有趣！

如果把車輪改成五邊形，當然也可以騎在這種倒懸拱形路上，只不過每一段拱形必須變得比較扁平、長度比較短。如果再換成六邊形車輪的話，拱形就必須更小、更扁平。事實上，當車輪的邊增加，拱形就變得越扁平、越小。想想看，如果讓車輪的邊不斷增加，到最後會變成什麼樣呢？

你猜到了嗎？就是一部圓形輪子的腳踏車，騎在平坦的路上！



◎ 問題與參考解答

(1) 為何說腳踏車的車體以三角形為結構，最不容易被騎乘者的體重壓垮？

請再列舉生活中類似原裡的設計案例兩個，並加以說明。(專注、理解監控、應用、聯想)

答：①三角形是平面圖形中唯一的穩定結構。因為三邊長一旦圍成三角形後，三角形的大小和形狀便不再改變，並且以固定長度的三邊所形成的三角形，都會全等。

②青椒內部有向內隆起的中肋，形成三角形來支撐薄壁，以致青椒具有渾圓的外型。橋樑的骨架、屋頂下的橫樑等。

(2) 為何腳踏車的車體其三角框架有的高而窄、有的卻短而寬，其中的奧妙在哪裡？(專注、理解監控、聯想、歸納推論)

答：這是依據腳踏車的不同用途而設計的。一般越野腳踏車為了能爬坡、越溪，以及在顛簸的路面上行駛，必須降低框架，因此通常設計得短而寬。至於一般道路專用的腳踏車，考慮需要長時間騎乘，長希望能輕鬆地踩踏板，因此車體框架必須設計得高而窄。

(3) 下列哪一種車型最適合作為旋轉、扭轉或跳躍等特技使用？(理解監控)

①



②



③

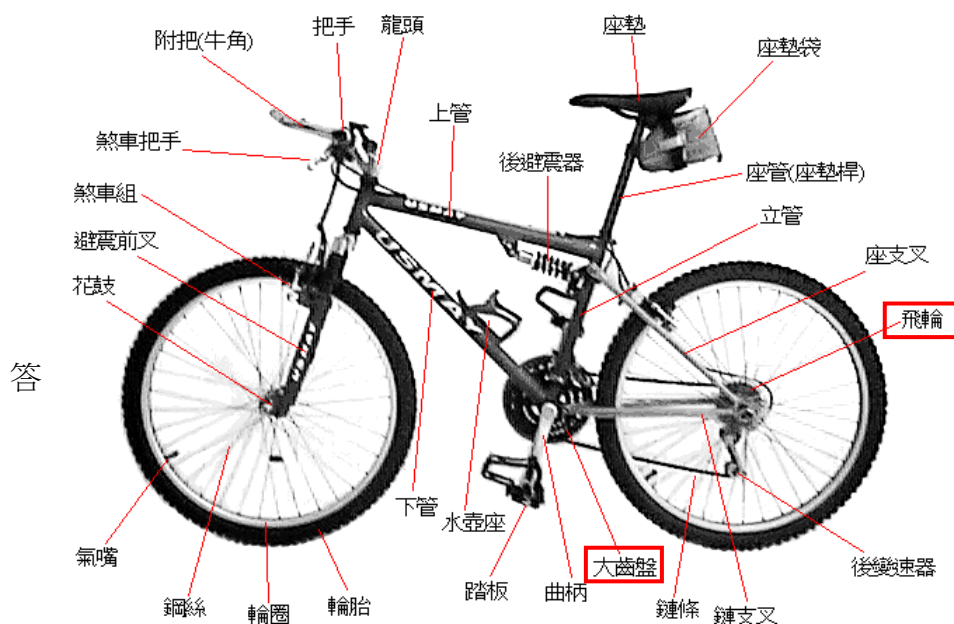


④



答：②，因為它的三角形框架最貼近地面，最適合這些極限運動使用。

(4) 一般人購買腳踏車會問的第一個問題是，想知道該車為幾段變速？段數越高的車通常越貴，也更能適應不同的坡度及路況。而幾段變數指的是，大盤的片數與飛輪片的組合個數，參考下圖構造說明。例如有一種 MTB (Mountain Bike, 簡寫 MTB) 登山車前面有大盤 3 片，後飛輪則有 9 片，請問這樣的組合最高可達幾段變速？①9 段②12 段③27 段④39 段。(專注、理解監控、應用)



(5) 承上題，以熱門的 SHIMANO 08 年 XT 變速系統來說，其中 27 段變速車搭配的是大盤 44-32-22，飛輪是 11~34 (11 13 15 17 20 23 26 30 34)，如下表 (一) 車輪比的數據所示。請問這樣的組合方式，實際上最多可能產生幾段的變速？①12 段②20 段③24 段④27 段。(專注、理解監控、歸納推論、分析綜合)

表 (一) 27 速登山車齒比變化表

大盤 \ 飛輪	44	32	22
11	4.00	2.91	2.00

13	3.38	2.46	1.69
15	2.93	2.13	1.47
17	2.59	1.88	1.29
20	2.20	1.60	1.10
23	1.91	1.39	0.96
26	1.69	1.23	0.85
30	1.47	1.07	0.73
34	1.29	0.94	0.65

答：③，因為將相同的齒輪比以不同的顏色標示，推算一下，其實 27 段變速登山車頂多只有 24 段變速可以使用。如果將齒輪比很接近的也考慮進去，例如大盤 22T 與飛輪 20T 齒輪比是 1.10 和大盤 32T 與飛輪 30T 齒輪比是 1.07，只有 1.10 與 1.07 的細微差別，把這樣都算下去的話，27 段變速車，可能連 20 段變速都沒了。因此選②的學生，只要能說明合理都應該給予計分。

- (6) 承上題，影響車子性能的主要憑藉是馬力和扭力，以該系統而言，當你（妳）要騎到最快時，踩踏的力量就要最大，亦即應該使用大馬力、低扭力以維持單車高速前進，因此你（妳）的最佳選擇是哪一種大盤-飛輪比？請說明理由。（理解監控、分析、歸納推論）

答：當大盤是 44T，飛輪是 11T 的時。根據齒輪比的公式：齒輪比 = $44 \div 11 = 4$ ，這個齒輪比等於 4 的意思所指的是，當你踩大盤轉 1 圈時，輪子會轉 4 圈。這時速度最快，但相對地騎乘時踩踏的力量也要最大。

- (7) 反之，如果要騎上坡時，需要的則是大扭力，此時踩踏的力量都將轉成扭力以供爬坡之用，此時你（妳）的最佳選擇又該是哪一種大盤-飛輪比？

請說明理由。(理解監控、分析、歸納推論)

答：此時需要最小齒輪比，以大盤最小齒片搭配飛輪最大齒，所以選擇大盤 22T 與飛輪 34T 的齒輪比。其齒輪比 065，表示車手踩一圈時，輪子轉 0.65 圈，所以騎乘時踩踏的力量都轉成扭力來供爬坡了，但比較輕鬆不費力。

(8) 承上第(6)題，該車輪子轉一圈前進的距離是固定的，假定其輪框直徑為 26 吋(1 吋約 2.54 公分，故約 66cm 左右)，而圓周長=直徑 \times 3.14，請問當大盤踩一圈，該車將前進約_____公尺。(理解監控、應用、分析)

答：圓周長=直徑 \times 3.14=66cm \times 3.14 \div 207cm，輪子轉一圈單車前進 2.07m，因為齒輪比為 4，所以大盤踩一圈時，單車前進約 8 m。

(9) 各種車輛的輪子形狀為何多數是圓形的？請說明理由。(理解監控、分析綜合、聯想)

答：圓有一個重要性質，就是圓周上任何一點到圓心的距離等長，這個相等的距離，叫做半徑。如果把車輪做成圓形，車軸安在圓心上，當車輪在地面滾動的時候，車軸離開地面的距離，總是會等於車輪的半徑長。因此安裝在車軸上的車廂，車廂裏坐的人，都將平穩地被車子載著走。另一方面，就物理學角度分析，當一樣東西在地上滾動的時候，要比在地面上拖著走省力多了，這是因為滾動摩擦阻力比滑動摩擦阻力小的緣故。

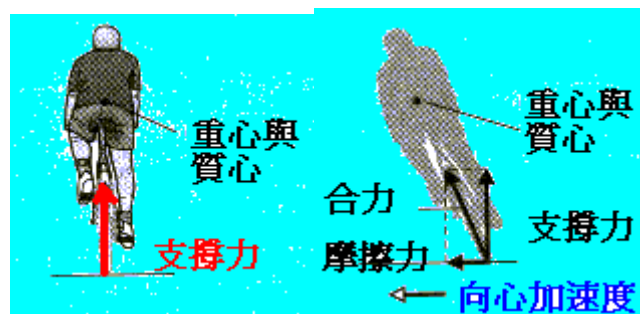
(10) 〈打賭你沒聽過〉框框中史坦•瓦根數學教授所騎乘的腳踏車，其輪子是方形的，他在「倒懸拱形路」上行駛的意義為何？假定教授是在平坦的路面上騎乘，你(妳)認為會呈現怎樣的景況？請你(妳)畫圖加以說明。(理解監控、歸納推論、組織、整合、聯想、)

答：「倒懸拱形路」是為了搭配方形輪子而設計的，這樣可以讓輪心與路面任一點的切線維持等距離的關係，瓦根教授就可以平穩的騎乘腳踏車。假定這方形輪腳踏車，騎在平坦的路面上，因為從輪緣到輪

心的距離並不相等，那麼這種車子走起來會高低顛簸震盪，也一定會把教授震得頭昏眼花，五臟六腑承受不了。

- (11) 猜想一下，為何腳踏車是兩輪的，而不做成三輪的？請寫下猜想的理由。(理解監控、分析綜合、歸納推論)

答：三個腳的桌子，在凹凸不平的地面上，只要重心不超出三個腳構成三角形的底面積，就會是處於平衡狀態。小孩子騎三輪腳踏車直線行進時很安穩，但是如果從斜坡上滑下（較快速），且方向稍有偏轉時，就會很危險。這是由於物體本身的慣性，當車體轉彎時，慣性仍想依照原來的方向行進，此時若重心過高，車速過快或是轉彎太急，即使摩擦力足夠提供轉彎時所需的向心力，但是同時對質心所產生的力矩，會使的車體旋轉（翻倒），是很危險的。腳踏車在靜止時，是完全不穩定的（需要另一隻腳來支撐）。但是行進轉彎時，可以藉由人與車體的傾斜產生反方向的力矩來減少，由摩擦力所產生向外翻倒的力矩，自然就比較穩定。或是從輪子的接觸點來看，當身體與車體傾斜的方向，正好在摩擦力與正向力合力的同一方向時，則沒有任何力矩。如下圖：



但是三輪的車子則無法如此偏轉，因此在高速時反而變成不穩定。雖然雙輪腳踏車在靜止時並不穩定，但是在行進中的腳踏車，由於輪胎所具有的角動量，對於車體有一定的平衡作用。因此雙手不扶著車把，在一定速度以上，車子一樣可以維持前進不倒下。（參引書 1）

參考文獻

趴趴牛趴趴照：<http://guan16.blogspot.com/>

柯拉·李、吉利安·奧瑞立著（俞璿譯）(2008).《數學大騷動 — 在意想不到的地方發現數學》，臺北：究竟出版社。

黃福坤 (2008).〈腳踏車的物理〉，刊

<http://www.phy.ntnu.edu.tw/demolab/everydayPhysics/bicycle.html>.

三、數學大騷動導讀——以第六章馬克杯如何變成甜甜圈為例

闖關內容	破關秘訣提示	引導閱讀內容
智穿信紙	錦囊妙計一	數學大騷動 p99~p101
硬幣穿洞	錦囊妙計二	數學大騷動 p102
繩子打結	錦囊妙計三	數學大騷動 p104
雙人解繩	錦囊妙計四	數學大騷動 p103~p105
紙環奧秘	錦囊妙計五	數學大騷動：p105~109
環環相扣	錦囊妙計六	數學大騷動 p110~111
巧脫內衣	錦囊妙計七	補充材料

貳、其他帶領方法（引自台北縣林口國中 李政憲老師作業）

一、你為什麼選擇這本書書寫心得？書名或內容有什麼吸引你的地方？

- 無論是主動或是半自動選擇了書籍，總是踏出了自己的第一步，也是日後有機會再閱讀其他書籍的主要原因。
- 學生應針對書名或翻閱內容說明之所以選擇本書書寫心得的原因。

- 而為了鼓勵學生於上課時認真學習，並促使將來願意持之以恆閱讀，全程參與課程並完成作業同學可任選所提供借閱書籍乙本。

二、請敘述這本書的內容大綱。

- 並非只是按照章節抄寫內容，更要從不同的角度切入，探討書籍的實用性與不易直接發現的特點。
- 期待學生從內容大綱的掌握，真正了解作者欲交代讀者的精神所在。

三、你覺得本書的主題或重點是哪些章節？有什麼是自己可以應用在生活或學習上的嗎？

- 與第二題最大的區別在於學生能就書中的內容，挑選適合自己吸收的內容、方法與概念，進一步應用於生活及學習上。
- 學生與教師所得的結論不盡相同，小小的發現也能有大大的收穫。
- 若學生無法掌握內容大綱或主題重點者，教師應就其觀點與學生作分享討論。
- 數學科普書籍心得與一般文學書籍心得的差異性，在於欣賞的點有所不同；一般文學書籍只要理解文字內容、前後連貫即可；數學科普書籍除了理解文字內容外，還需具備相關數學知識，以解決或了解前後文的關連性；教師亦應適當就不易自行理解內容作說明。

四、你在這本書裏學到了哪些數學知識？是否改變了你對數學學習的看法與態度呢？

- 既然名為「數學科普書籍閱讀心得」，自然需闡述所學的內容及帶給自己的收穫。
- 此題與第三題的內容有些雷同，最主要是希望藉由學生書寫數學知識(名詞)的同時，能夠思考原來未曾考慮到的點與面。
- 第三、四題若學生答案能與已(正)學習的觀念作結合，教師應給予正面肯定。

五、說出你覺得這本書最欣賞的一至兩段話，並說明原因。

- 就個人觀點挑選最欣賞的文字，進一步更認識作者及數學。
- 可能是一種觀念、一個方法，甚至是一個發現，得以成為將來自我成長的基礎。
- 數學科普書籍與文學作品所選擇的佳句差異性，一個多半在於學習的方法與成長，另一個則比較傾向辭藻的優美與人生的歷練。

六、你覺得這本書最難或看不懂的地方在哪裏？可以如何去克服呢？

- 這個題目在詢問前大概就可以知道答案不外乎「與同學討論」、「找老師詢問」、「翻書、上網找答案」等方式，最重要還要看看是不是真的能突破自己瓶頸，將原本不了解的內容作克服。
- 若真的無法克服，或許也可以將目前的想法寫下，待有能力時再回來作檢討了解，畢竟大多數學科普書籍仍有其能力限制，需建立在已學過的學問基礎下才易於閱讀。

七、如果有機會，你會推薦哪些人看這本書？並建議他們從哪些章節開始看呢？

- 此處要求學生需說明推薦人的特性（年齡、職業、數學能力等），以符合建議閱讀的章節。
- 此題的設計主要希望學以致用，並能夠推己及人，除了自己學會，更推薦給需要的人去了解。


參、 我的收集與整理

※屆時參附檔。補充或融入教學之中的具體作法。

肆、 適合師生閱讀之數學科普讀物

書名	溫柔數學史：從古埃及到超級電腦
作者/譯者/繪者	作者：比爾·柏林霍夫、佛南度·辜維亞 譯者：洪萬生、英家銘暨HPM團隊
出版社	博雅書屋
出版年月/版別	2008年5月初版
頁數	8+310pp
用途	<input type="checkbox"/> 學生自行閱讀 <input type="checkbox"/> 師生共讀與討論 <input type="checkbox"/> 教師自我成長 <input checked="" type="checkbox"/> 教學資源參考
主要內容	<input checked="" type="checkbox"/> 數學史 <input type="checkbox"/> 生活數學 <input type="checkbox"/> 跨領域連結 <input type="checkbox"/> 學習方法 <input type="checkbox"/> 教學方法 <input type="checkbox"/> 數學解題 <input type="checkbox"/> 數學思考 <input type="checkbox"/> 數學遊戲 <input type="checkbox"/> 數學繪本 <input type="checkbox"/> 其他_____

<p>內容簡介 (至少200字)</p>	<p>(請參考書中目錄、序、簡介、評論…等撰寫)</p> <p>本書內容共分五部分，Part1〈數學教室中的數學史〉作者開宗明義為我們述說，數學史融入數學教學的價值與意義。</p> <p>數學的故事連綿了好幾千年，但歷久而彌新，最早可以追溯到字母發明時期，至今新的篇章還不斷加入中。</p> <p>本書的Part2〈數學簡史〉鳥瞰整個數學史的全景，帶您認識形塑今日數學面貌的重要人、事、物。</p> <p>數學從何而來？誰想出那些代數符號的？那些符號有什麼用？π背後的故事是什麼？負數又從何而來？為何會有公制單位呢？二次方程式是如何開展的呢？</p> <p>本書的Part3有25篇獨立的〈素描〉，使用溫柔的筆調，循著歷史的進路介紹數學，闡釋數學概念是如何發展出來？加入了歷史脈絡後，如何幫助學習、如何導入更深層的理解，以及如何滿足學生的成就感？。</p> <p>Part5〈思考與討論〉包含每篇素描的習題與專題，幫助讀者加深對主題的瞭解，並且讓讀者看出這個主題在更寬廣的歷史長河中扮演何種角色。這項特色充分反映了作者HPM的關懷。</p>
<p>推薦理由 (至少200字)</p>	<p>(請指出本書從教學/學習的觀點，在數學、應用、生活中最有價值部份)</p> <p>本書其實可說是龐大優良數學史相關文獻或專書的最佳導覽，而作者卻非常謙虛地說只是“素描”。教師們可以很輕鬆地從這些〈素描〉的副標題得知與國中各單元的相關性。至於習題與專題部分不但指引教師更深入的閱讀方向，同時也為數學史融入數學教學的活動設計鋪成了良好的點子。</p>

<p>封面/尺寸</p>	<p>(請附本書封面照片，並註明尺寸：長×寬/cm×cm)</p>  <p>25K 14.8×21</p>
<p>同系列讀物簡介</p>	<p>《此零非彼0》 作者：洪萬生 臺灣商務印書館</p> <p>《女數學家列傳》 作者：琳·歐森 譯者：彭婉如、洪萬生 九章出版社</p>

本書可用於國中數學學習單元--舉隅(1)

適用單元名稱 (年級)	畢氏定理(8年級)
適用對象	<input checked="" type="checkbox"/> 教師教學 <input type="checkbox"/> 學生學習
適用單元之對應 頁碼	135~141(素描12 可喜可賀之事--畢氏定理)、 267~270(素描12 的習題與專題)
推薦重點	<p>(從教學/學習、數學、應用(含生活)的觀點,指出本書該部分與適用單元之關連性)</p> <p>說起畢氏定理,我想國中教師/學生大概是無人不知,無人不曉吧!「直角三角形兩股的平方和等於斜邊平方」。在本篇〈素描〉之中卻能在短短的篇幅中帶領我們悠遊畢氏定理的各種相關傳說並且一一訴說其合理性(例如畢氏學派的傳說)與我們該如何看待。</p> <p>至於素描12的習題4.-c.更提供了畢氏學派可能是如何發現畢氏定理,整個布題過程非常適合與國中生討論。</p> <p>素描12的專題1.提及了《幾何原本》第1卷命題47,歐幾里得對畢氏定理的證明。當然這個證明方式並不適合一般的國中生,作者提出了對教師的建議~請試著「改寫」,使得難度適合您的學生。這個深刻的專題不但點出直接閱讀/使用《幾何原本》對於一般教師/學生的難以收到“開卷有益”之效,同時也期許教師們能借鏡數學史料進行更有價值的教學設計以協助學生的數學學習。</p>

本書可用於國中數學學習單元--舉隅(2)

適用單元名稱 (年級)	一元二次方程式(8年級)
適用對象	<input checked="" type="checkbox"/> 教師教學 <input type="checkbox"/> 學生學習
適用單元之對應 頁碼	126~129(素描10 一個平方與多物--二次方程式)、 263~265(素描10 的習題與專題)
推薦重點	<p>(從教學/學習、數學、應用(含生活)的觀點,指出本書該部分與適用單元之關連性)</p> <p>當代數符號尚未被發明時,阿拉伯數學家阿爾·花刺子模就已經利用文字形式,提供類似食譜的方法來求解二次方程式。這個方法和現在八年級學生所學習的方法有何不同?兩者有否相互參照取經的地方?瞭解這樣的文本脈絡後,在教與學上我們可以獲得怎樣的啟發?</p> <p>您知道嗎?阿爾·花刺子模以文字形式求解二次方程,卻以幾何論證的進路說明何以這個方法行得通。如果今天的教科書融入這項幾何思維方法,對於學生學習配方時,會提供怎樣的幫助?</p> <p>在素描8的習題與專題中我們將體驗到:為何我們學習代數時需要使用符號表徵?代數符號發展的過程中,數學家遇到怎樣的困難?不同的記號形式對代數學的發展與學習有何影響?瞭解了這些事後,有助於我們理解和同情學生可能面對的困難。</p> <p>總之,本主題提供數學教師豐富的教學補充材料之外,也讓老師們可以進行教學反思(reflection)和歷史面向的「後設認知」(meta-cognition)。</p>

本書可用於國中數學學習單元--舉隅(3)

適用單元名稱 (年級)	整數與數線(7年級-負數)
適用對象	<input checked="" type="checkbox"/> 教師教學 <input type="checkbox"/> 學生學習
適用單元之對應 頁碼	97~102(素描5 某物小於空無?--負數)、 252~254(素描5 的習題與專題)
推薦重點	(從教學/學習、數學、應用(含生活)的觀點,指出本書 該部分與適用單元之關連性)

本書可用於國中數學學習單元--舉隅(4)

適用單元名稱 (年級)	分數的運算(7年級)
適用對象	<input checked="" type="checkbox"/> 教師教學 <input type="checkbox"/> 學生學習
適用單元之對應 頁碼	90~96(素描4 將數劈開來--分數)、 250~252(素描4 的習題與專題)
推薦重點	(從教學/學習、數學、應用(含生活)的觀點,指出本書 該部分與適用單元之關連性)

伍、Q&A

一、台灣科普書出版的發展與現況 (本土創作與翻譯作品問題)

1. 過去三十年來,台灣科普書籍、雜誌出版之數量與種類

答:數量與種類繁多,仍以翻譯書占多宗。

2. 上述這些出版之特色

答:水準逐漸提升,同時朝「量多質精」方向前進

三、科普閱讀推廣的問題與困難

1. 一般學校、公家圖書館科普書籍借閱情況

答:升學考試文化影響,閱讀風氣仍有待強化,需政府、全民一起努力。

2. 誰來陪伴科普閱讀?

答:家庭、學校、社會都有責任,大家共同營造、開啟閱讀風氣:

(1) 家庭是學童第一和最重要的閱讀老師,從小陪讀效果特佳。

(2) 老師應協助引導讓學生學會閱讀

3. 科普書籍該怎麼讀?

答:略讀(有系統地檢視閱讀)、分析閱讀(摘要、列出架構、和作者論辯)、
主題閱讀(設計教案、寫論文)

※教導學生方面

- (1) 要能全神貫注閱讀，掌握文章大意，勾勒重點，作出摘要，**提出好問題**。
- (2) 能詮釋文意，專注地提取特定觀點，也能連結舊經驗，**作出比較**。
- (3) 能自然地意識到自己**是否理解**文本內容，並能**主動**採取一些**補救策略**。
- (4) 能運用聯想力作歸納推論，**找出**數學概念間的**關係**。發現整體和部分之間的關係。
- (5) 並能**預測**下一段文章的內容。
- (6) 能檢驗或評估文本的特性與衡量其中的**數學意義**。
- (7) 引導學生：瞭解一下**數學是什麼？**數學家**如何運用**數學？數學家是**如何思考的？**
- (8) 能參與**同儕間的互動**學習討論，能從閱讀中提升學習能力，以及找到樂趣。

4. 科普書籍該如何與學校課程教學結合運用？

答：

科普書籍提供學生，更深入地汲取數學與科學的知識，進一步培養探索新知的興趣，陶冶人格和心性，以及提升理解能力的作用。老師們在加以吸收後，可以轉化成課堂上學生能消化吸收的內容，從中**讓學生學會學習**，啟發多元興趣，以及提高上課的精彩度。若是要求寫評論或心得，則能訓練思辯能力，但難度比較高。

※老師方面：（有點像在作主題閱讀）

筆者比較多時候是因為教學需要而閱讀，通常先翻翻，大略瀏覽一下目錄，瞭解一下內容架構，再挑一兩篇讀讀看，判斷是否為目前最需要的知識？讀到喜歡的，若時間允許會一氣呵成把它讀完；一旦時間比較零碎，會先略讀，**然後作一些內容歸類**，等到要作教學設計或教學材料時，再重新加以細讀。具體作法如下：

- (1) 將身邊擁有的科普書建立基本資料，例如：作者、內容簡介、出版地、出版年月、出版社、ISBN 等。
- (2) 再按教科書或課程綱要主題，加以分類，例如：教學法、故事、遊戲、歷史、生活、運用（連結）、文學、活動、題目、魔術、動機等。
- (3) 進行某一主題教學時，可以將上述收集的材料加以細讀、消化，補充或融入課堂教學中。或者詳細設計成為一個教學活動教案。
- (4) 評量命題或作為研究計畫的參考材料
- (5) 老師平時需對文本有清楚的分析 and 理解能力，也要對自己的理解有後設思辯能力。因此，自我學習能力很重要，需要加以強化、訓練。

※學生方面：

- (1) 起初可以廣泛閱讀，試探一下自己的興趣。
- (2) 從老師們上課內容或教科書中，找到有興趣或疑問或擬再深入的課題，能從相關科普書中獲得更多知識和掌握學習要領。
- (3) 慢慢讀，理解吸收最重要。要瞭解自己理解了多少？要有方法、也知道如何尋求協助？

5. 考試文化與科普閱讀

答：

思索如何上讓兩者得到調和，不會發生太大的衝突？我們的考試文化常常影響教學，是否可以善加利用，來引導教學？

- (1) 配合學校的閱讀活動推廣，建議領域內能形成共識。考慮在平時考或段考題目中加入閱讀測驗題目，平常時間提供學生某些篇科普文章，考試時測試學生的理解程度。只要取得該領域老師們的共識，要推廣並不難。

- (2) 每學期至少有一本科普書，是該年級學生共同的讀物，配合段考分三個段落，鼓勵學生利用課餘時間討論內容，擬題和解題，在布告欄上分享出來，約定老師們能將其中好的問題列入平時考或段考題目中。
- (3) 閱讀的書籍如果能配合學生的程度，或者正好與該學期正在學習的主題有關，效果將會更好。
- (4) 應用中央輔導群和中央團正在推展的書目。提供給各縣市老師們參考。

※注意事項：

- (1) 調查顯示：作業多與成績不成正比——閱讀過後，在作業簿或學習單上回答問題；就閱讀過的材料，寫一些東西。
- (2) 值得注意的事——獨立閱讀時間、校外/閱讀小說、校外/為吸收訊息閱讀、校外/為興趣閱讀

四、對科普閱讀推廣的建議（各級學校、各類型圖書館）

答：

※學校

- (1) 不要讓學生視閱讀為功課，要培養學生為興趣而閱讀。目前只有寫讀書心得一途，是相當落伍的作法，追求形式上「量而不是質」的提升，不該再被鼓勵。
- (2) 提高學生獨自安靜閱讀的時間與頻率，進而培養閱讀的習慣。
- (3) 老師本身也要喜歡閱讀，並且受過閱讀策略教學實務和學理的訓練，以及懂得帶領班級閱讀的方法。
- (4) 強化閱讀理解的教學引導，重視高層次思考能力的培養。
- (5) 鼓勵家長陪學童閱讀，經常對話、交談閱讀的內容，上圖書館和逛書店的習慣。

※圖書館

- (1) 積極公布新書的訊息，提供一段時間的展示，試擬一些有趣好玩或能吸引讀者注意的問題，做為廣告題目。

- (2) 每週或每月都有一定比例的新書書單，是來自師生們所提供，讓大眾有更多參與感，想法受到重視，圖書來源更多元。
- (3) 提高閱讀空間的舒適感和便利性
- (4) 有些要汰舊換新的書，可以提供給班級或陳列在公共空間（例如：學生宿舍），提供隨機借閱的機會，將有助於閱讀風氣的形成。
- (5) 同時鼓勵多個（或多元類型）小型讀書會或閱讀社團的成立，並提供借用的彈性，協助這些團體取得書籍。接受這些團體的購書單建議，提供一定比例的同本書籍數量，且方便借閱，給予種種行政上的協助和鼓勵措施，例如討論空間和開放時間的彈性。
- (6) 邀請有帶領讀書會經驗的專家蒞臨指導，以及培養學生帶讀書會的領導人員。
- (7) 多辦演講或座談，邀請作家或對閱讀有深入研究的專家學者，分享創作或閱讀經驗，帶動風氣。
- (8) 提供便捷的網路分享平台，讓大家提供閱讀討論，以及心得分享。