

# 第一章 緒論

## 第一節 研究背景與動機

小學的分數對於學生向來都是較於抽象的課程，主要是因為分數的學習需要將實體體操作轉變為抽象的思維，學生較難以將所知道完整的東西切割成分數的型態，再加上計數單位量的改變，更容易造成混淆。

國小階段數學領域的學習中分數是基本且相當重要的概念，而且與之後小數、比、百分率等學習有著很密切的關係(張熙明等, 2006)。現實生活中分數在觀念上有多種不同的使用情境與解釋，造成學習分數對兒童而言是較困難的。一些分數學習的研究(Kerslake, 1986; Murray, Oliver & Human, 1996)指出學生常出現的錯誤類型如：缺乏等分概念、只注意分子或分母，忽略單位量大小或分數概念不完備等。

所以分數概念的教學要從具體的情境或操作物中入門，利用多元的教材或教具以豐富學童的經驗，增加對分數的認知與瞭解，並作為以後繼續學習比例或比等單元的基石。

## 第二節 研究目的與待答問題

### 壹、研究目的

- 一、探討利用分數多元表徵對國小中年級學生分數概念的影響。
- 二、瞭解學生在接受分數多元表徵教學後的對分數概念學習改變情形。

### 貳、待答問題

- 一、利用分數多元表徵教學歷程中，國小中年級學生在分數學習情境中運用成績表現為何？
- 二、實施分數多元表徵教學後，國小三年級學生分數理解能力是否有顯著提升？
- 三、學生在接受分數多元表徵教學後，對分數活動的看法及改變情形為何？

### 第三節 名詞釋義

#### 壹、多元表徵

多元表徵，就是教學時善用多樣化的表徵形式，如利用圖形操作具體物，來幫助於學生組織思考以及對於問題的分析。(Brenner, et al., 1999; Dreyfus & Eisenberg, 1996; Fennell & Rowan, 2001)。學者的研究指出如教學時將具體物的表徵模式融入，能夠有效的協助學童發展正確的分數概念以及增加比較分數大小之能力 (Cramer & Post, DelMas, 2002)。多元表徵，一般認為是「圖形表徵」和「具體物表徵」。而這兩種表徵形式的意義也較容易掌握(蔣治邦, 1994)，因而成為國小學習階段不可或缺的表徵形式。

#### 貳、分數概念

分數一詞來自拉丁文『frangere』，它的意義是分開，通常用來敘述一個被分開的全體之各個部分 (Heddeus, 羅鴻翔譯, 民 69)。當日常生活中的整數無法滿足我們所需求，描述事物組成部份或組成分子的需要便因應而生。

Hunting (1986) 認為，分數概念源於對一個連續物的細分 (如蛋糕、披薩等事物)。而就小學學習分數的初步概念包涵：單位分量、真分數、假分數、帶分數等。

## 參、行動研究

行動研究是研究者對自我「行動」進行「研究」的結合，教師在實際工作情境中，對自己的課程或教學上所遭遇的問題進行探究，協助實務工作者辨別實務行動中之不同層面反省思考模式

(Schon, 1987)。

本研究目的在探究國小三年級學生運用多元表徵來理解表徵與分數概念表現之間的關係，並此採取解決問題的行動與歷程。

## 第二章 文獻探討

### 第一節 分數概念

#### 壹、分數概念

分數是來自我們實際生活中的需要，為了迎合這種需要，便建立了一套數學模式來處理分割後的部份或小度量，這就是分數。而分數一詞來自拉丁文『frangere』，它的意義是分開，通常用來敘述一個被分開的全體之各個部分（Heddeus，羅鴻翔譯，民 69）。

在中國，分數出現於《九章算術》中，其中有系統的討論了分數及其運算。在《九章算術》「方田」章「大廣田術」中指出：「分母各乘其餘，分子從之。」，這也正式的點出了分母與分子的概念）。

分數概念起源於“分”，是我們用來解決不足一個單位量的數值的問題。所以學生在學習分數的過程中，應該發展出三項分數的概念：分數的命名、意義和運算。Kieren(1976)並提出分數概念的五種建構，根據不同情況下有不同解釋：1. 是部分—全體關係的描述，全體為  $m$  時， $n$  是  $m$  的部分。2. 是一種比值，表示兩數量的相對關係 ( $n:m$ )。3. 是商，除法的運算， $n$  除以  $m$  的另一種寫法。4. 對全體用來測量一個不滿一個單位量的量的數值問題，或是將兩數量的對等關係數值化

如：比值。5. 分數是運算符號，對於 1 個物件，進行分割運作，將『1』等分成  $m$  份再取出  $n$  份。

而分數的種類，在小學學習階段有：1. 真分數：分子  $<$  分母的數，如： $\frac{2}{5}$ 。2. 假分數：分子  $>$  分母的分數，如： $\frac{5}{2}$ 。3. 帶分數：帶有整數的分數，如： $5\frac{1}{3}$ 。

4. 最簡分數：分子與分母不能再約分，也就是分子和分母互質的分數，如： $\frac{2}{5}$ 。

分數是學習數學的一個重要關卡，它對學童而言，是一種複雜又重要的概念，對於數學具有抽象及前後連貫的特性，是由一連串的概念抽象化所形成的(林碧珍，1988)。分數學習的失敗對往後的數學學習發展將會產生很大的阻礙，將很難進行其他數學概念的學習。如在往後比、比值…等觀念便不可能建立完整正確的數學概念。

## 第二節 分數教學教材

以目前本校南一版數學教材為例，將學生二至六年級有關分數教學做一歸納整理。南一版第四冊第 8 單元「分東西」-引導學生能在具體情境中，進行平分的活動，雖然主要含意再讓學童瞭解除的意義，但對分數而言，平分更是進入分數教學前的關鍵。南一版第五冊第 8 單元「分數」-初步認識分數，透過具體物操作，在連續量的情境中，理解平分的意義，並對所得的單位分數加以命名。南一版第六冊第 7 單元「分數的加減」-具體情境中，比較同分母分數的大小，並且進行同分母分數的加減應用問題。除此之外，帶入「一半」即為  $1/2$  的概念。南一版第七冊第 6 單元「分數」-認識真分數、假分數與帶分數，並透過操作活動，認識假分數與帶分數的相互關係，並透過除法來說明除數、商、及餘數與帶分數中整數、分母及分子的關連。同時也點出分數即是「整數相除」的意涵。南一版第九冊第 4 單元「擴分、約分和通分」-在具體情境中，學會擴分、約分和通分，並利用通分概念比較異分母分數的大小。南一版第十冊第 5 單元「分數的乘法」-能理解分數乘法的意義及計算方法，並解決生活中的問題。南一版第十一冊第 2 單元「分數的除法」-能理解除數為分數的意義及計算方法，並解決生活中的問題。並瞭解分子與分母互質就是該分數就最簡分數，並學會利用約分將分數約成最簡分數。

### 第三節 數學多元表徵

Fennell & Rowan(2001)研究指出，教師教學時利用多樣化的表徵形式，可以有效幫助學生在學習時組織思考以及面對問題時分析的呈現。

Cramer, Post & DelMas (2002)的研究指出將具體物的表徵模式融入教學中能夠有效的協助孩子發展正確的分數概念並且提升比較分數大小之能力。

Fuson & Willis (1989)教導國小二年級的學生利用圖形表徵的方式來解決加與減的文字問題時，研究發現圖形表徵能夠提昇學生的數學學習表現。

國小學習階段，「圖形表徵」以及「具體物表徵」是教學時不可或缺表徵形式，因為這兩種表徵形式的意義也較容易掌握（蔣治邦，1994；許良榮，1996）。

NCTM(2000)研究亦指出利用具體物以及圖形表徵是發展數學抽象符號表徵的橋樑。

張熙明（2004）提到，分數表徵是分數在學習過程中，思考、解釋接收到的訊息，並用以表達思考結果的呈現，以及和他人溝通的重要工具。

Cramer & Henry (2002)教師在數學教學中應多運用、融合不同



的表徵型態，因一個數學概念利用許多種的表徵方式，可以做為理解和傳達過程中的媒介，來表達同一個概念，達到教學效果。教師如果能夠善用各種表徵方式，也鼓勵學生利用各種表徵方式表達自己的想法，將多重表徵融入分數教學，對於分數學習的成效是很有幫助的。

## 第三章 研究方法與實施

本研究指在探討利用分數多元表徵對於參與國小中年級補救教學「分數概念」實施之成效。期透過多元表徵課程教學之行動研究，提升國小中年級學生對「分數」的概念。首先，三年級下學期學期結束前進行前測，瞭解對分數的迷思，並於暑假設計相關分數教學課程，透過師生對話與實際操作形式，使學生熟悉分數概念之應用，提升分數教學的成效。

### 第一節 研究方法與工具

#### 壹、研究方法

行動研究強調「理論」與「實際」結合，揭露發現問題以求改善，因而能對行動研究的參與者產生實質的幫助。而行動研究後所提出的觀點，而啟發自身的反省(潘世尊，2003a：34-37，2003b)。

對於教育行動研究兼具教育性：改進教學，促成學生認知情意上有所成長。專業性：教學者從中得到成長。理論性：透過自身反省可以修正自己教學或重新建構理論。解放性：透過不斷自我反思辯證，從研究中，澄清教育實踐或是教育信念，是否受到某種「社會結構」或「意識型態」所影響。(潘世尊，2003)。

研究者身為教師，站在基層教育工作的第一線，希望透過行動研

究來改進教學實踐及落實教育理想時，以讓學生達到良好的學習成效。

## 貳、研究工具

### 一、分數概念測驗卷

參考洪素敏(2004)所設計的測驗題目，並蒐集相關文獻而加以修正。

#### (一)測驗目的

本測驗目的在評量國小中年級學生對於分數的基本概念，作為研究者編撰分數教學課程時的依據。

#### (二)測驗內容

測驗題目共 10 題分成三大類：瞭解分數的意義、比較分數的大小、分數的運算。前與後測題目命題採同一卷，藉由後測的成績結果，作為教與學成效的依據。

#### (三)實施及計分方式

本測驗紙筆方式完成。以選擇題方式作答，每題有 4 個選項，答對為 1 分，答錯及未達為 0 分。依據正確答案標準給分，本卷共 10 分。

#### (四)信、效度

本研究題目設計完成後，與本校富經驗老師一同檢視，使其具有專業效度。內容經過修訂，測驗後並再分析修正，使其具內容效度。信度則採用 Cronbach  $\alpha$  值來檢測分數概念信度，其結果  $\alpha$  為.7779，代表檢測具有一致性。

### **參、教學成效評量工具**

本研究將針對學生進行晤談，利用測驗結束後訪談學生，對於答錯的題目進行瞭解。目的在於瞭解學生的分數概念熟悉程度，以因應補救教學教材的設計。

## 第二節 研究架構與流程

### 壹、研究架構

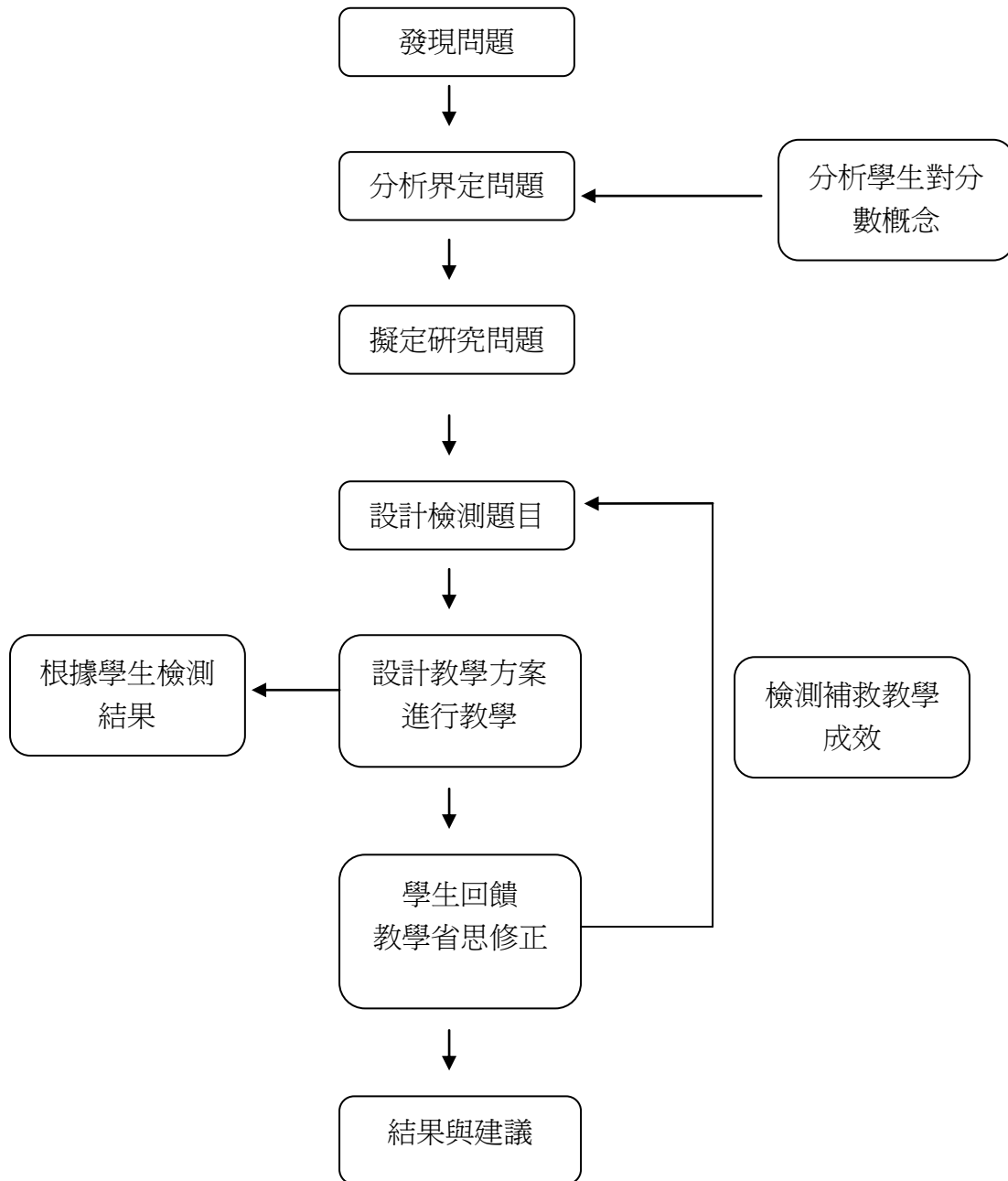


圖3-1 研究架構圖

## 貳、研究流程

### 一、準備階段：

1. 發現問題：了解研究學生學習情況，針對施測對象實施分數概念測驗，並分析其對分數的迷思。
2. 界定問題：蒐集相關文獻，了解學生易對分數產生迷思的原因，針對其原因擬定教學策略，釐清學生對分數的迷思。
3. 擬定研究計畫：擬定研究目的與待答問題，並規劃研究設計再執行。

### 二、實施教學設計：

1. 擬定/修正教學方案：擬定採用分數多元表徵方式進行教學，及編選補救教材。
2. 實施教學方案：教師補救教學實施，從多元表徵幫助學生釐清分數的基本概念。
3. 蒐集資料：在補救教學結束後中，再次檢測，瞭解學生在分數多元表徵教學中的改變，以及學生對表徵方式教學的心得。
4. 檢討與省思：透過學生檢測的結果以及個別晤談等多元資料進行教學反思，修訂教學策略，以解決教學現場問題。

### 三、完成階段

1. 分析：將蒐集資料加以分析。
2. 檢討：檢討教學中之研究目的、教學過程、發現現象與學生學習的改變等。

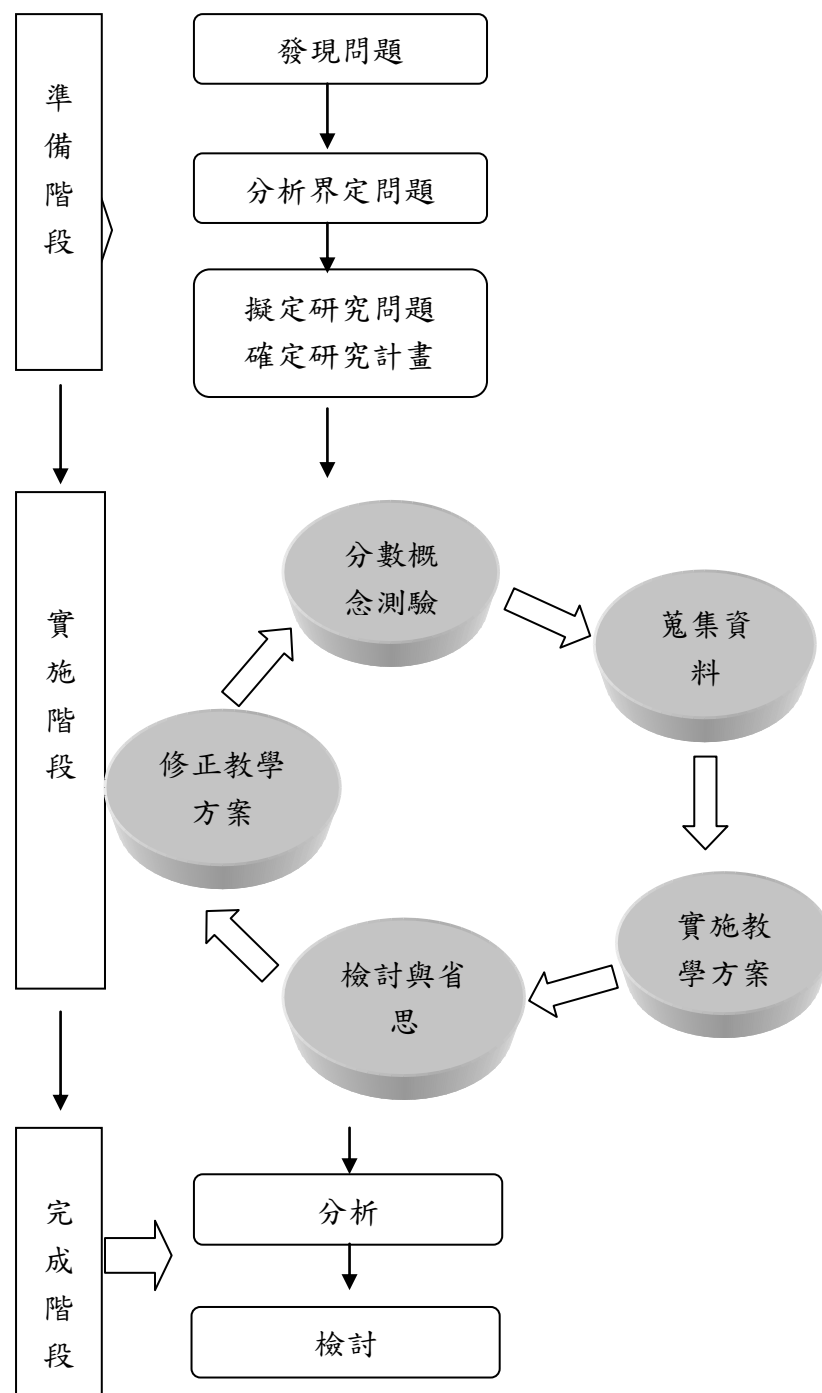


圖3-2 研究流程圖

### 第三節 研究對象

#### 壹、研究對象

本研究以研究者目前教授的國小三升四年級攜手計畫班級為研究對象，8學期中參與人數有6人，暑期課程參與人數6人，兩階段皆參與人數有6人，故以此6人為研究對象。

表 3-1 學生數學程度觀察表

受試者 編號	教師觀察內容		三年級數學 成績		分數基本概念 成績	
	分數概念 分析	上課 情形	上	下	前測	後測
1	單位分數無 法辨別、等分 概念薄弱	有自信， 會主動提 問，但容 易觀念混 淆	59	67	40	60
2	部分/整體的 觀念混淆	多話，上 課不專心 學習能力 較弱，需 師長多鼓 勵	56	54	50	60
3	大小單位詞 互換混淆	學習能力 佳，上課 都能完成 指定問題	61	72	50	70
4	等分概念薄 弱、單位量的 混淆	學習能力 不錯，但 作答時容 易受題目 混淆	55	62	40	50
5	分子與分母 後整數的影 響而產生混 淆	學習強， 但容易題 目影響而 混淆	42	65	30	50
6	單位量的混 淆，未真正了 解分數的意 義		61	68	50	60



## 第四節 教學實施設計—分數多元表徵教學法

### 壹、教學目的

本研究主體為實施分數多元表徵教學法，以提升學生對分數的基本概念。並探討學生在教學前及教學後對分數的迷思是否有釐清，促使學生面對有關分數的問題時，不再迷惘、懼怕。

### 貳、教材設計

本研究在前測結束後，需設計教學方案，在選擇教材時，符合學生程度，並結合學生過往的經驗以提升其學習興趣。以下為本研究使用 20 堂，每堂 40 分鐘進行分數表徵補救教學計畫：

表 3-2 分數多元表徵教學課程進度表

堂數	分數表徵策略	課程內容	備註
1~2	部份/全體實體物操作	單位分數的認識、命名	
3~5	線型/圓型模型操作	單位分量與部分整體概念的 連接	
6~8	生活中情境小單位引入	留意分數詞單位	
9~11	實體物的分割	大單位、小單位的轉換	
12~14	線型/圓型模型操作	單位分數比大小	
15~17	線型/圓型模型操作	同分母分數的大小比較	
18~20	線型/圓型模型操作	分數的加減活動	

## 第五節 資料的蒐集與整理

### 壹、研究資料蒐集

本研究資料蒐集包含學生前後測資料、教師觀察記錄、學生文件資料與教學日誌，說明如下：

#### 一、學生前後測資料

學生在教學前與教學後，施以「分數概念測驗卷」所得到之資料。

#### 二、教師觀察紀錄

教師在教學中觀察學生學習狀況，並於課堂後作觀察記錄。觀察重點在於學生學習分數表徵操作時，對於問題的反應與操作過程的技巧。

#### 三、學生文件資料

主要是以教學過程中，所發給學生的學習單或是教具教材。教師可以隨時檢視學生操作情形，並針對學生較易產生迷思的題目進行複習，讓學生有多次練習的機會。

#### 四、教師教學日誌

研究者針對課程上所發生的細節均給予記錄。如：學生反應與表現、教學中發現的問題等都在記錄範圍之內。

## 貳、資料分析

### 一、量化資料

量化資料包含教學方案實施前後分數概念測驗卷分析，上述資料採「單組前後測設計」進行 t 考驗分析，以了解教學前後學生分數基本概念是否有顯著提升？

### 二、質性資料

將所蒐集到的質性資料，進行轉譯，完成資料分析前的準備工作（包含學生前後測資料、教師觀察記錄、學生文件資料與教學日誌等）。

## 第四章 研究結果與討論

本研究目的主要是探討行動研究了解數學多元表徵課程實施，對參與補救教學中年級學生之增進分數概念成效，依據研究結果加以闡述與討論。本章分為「研究實施過程」、「實施歷程中的問題與修正」以及「教學後分數概念測驗卷」上的表現情形三節。

### 第一節 研究實施過程

本節來說明研究實施過程中學生對分數表徵的學習表現，討論在分數表徵學習情境中，透過分數表徵教學策略來減少學生對「單位分數」、「等分」、「分數在數線上的數值」和「 $1/2$ 的分數概念」所產生的迷思。

#### 壹、單位分數

在分數比較大小時，教學前，學生都會用分子或分母數字來比較大小，忽略了必須先將分母分成相同份數，產生錯誤的答案。教學後，透過圖形表徵教學，一方面可以說明等分時單位量大小必須一樣大，另一方面可以讓學生透過單位量，來考慮到分子與分母的關係後，再來判斷分數的大小。

#### 貳、等分

教學前，對於等分的觀念，學生都是認為分母數字多少，就是分

成幾份，但透過圖形來比較時，就產生混淆的情況。因為忽略了等分的意義，圖形切割未能考慮到每一部分應相等。教學後，學生針對圖形都能注意到切割每一部分都應相等、相同、公平，這表示等分的觀念有所改變。

### 參、分數在數線上的數值

在一開始分數教學時，將學生帶入分數的概念，都是透過圖形的分割來闡述。而將分數當成一個數值擺到數線上時，學生就會產生迷思，不認為分數本身就是一個數值，還停留在分數就是代表著全部的幾份、幾片、幾塊的意思。教學後，大多數的學生都能將分數視為一個數，並且瞭解分數在數線上的位置在哪。

### 肆、 $1/2$ 的分數概念

教學前，學生對於 $1/2$ 大部分的認知就是全部的一半，也就是將全體切割成兩份，執著於一半就是分母一定要是2的迷思。以致於透過 $1/2$ 來比較大小時，無法順利找出答案。教學後，學生都能以 $1/2$ 當作是基準，來進行分數大小的比較。

## 第二節 實施歷程中的問題與修正

### 問題一：學生對於分數的學習，總是興趣缺缺

學生面對分數時，總是覺得它跟之前學的數不一樣，為何有分子、分母兩種部分，以致於產生排斥，不想學習的念頭。如此一來，造成教師在教學分數的絆腳石，學生常面臨單位量的內容物不清楚、等分觀念薄弱，而造成學生在認知上，產生諸多迷思與混淆，導致學生無法完整學習這一單元課程。

### 評估與因應策略：

在初期教學設計之時，研究者已透過分數圖形表徵，來進行分數概念的調整，並做適當的編修，但仍有部分學生無法理解圖形所代表之分數，研究者可以再評估學生程度能力後，再次修改尚未教學之內容，使學生更容易瞭解分數的概念，以利後續教學課程之進行。

### 問題二：學生無法體會生活情境中的分數

在進行分數表徵教學中，對於學生日常生活中所遭遇到的分數概念較容易模糊，生活體驗較少，以致於教學時，單單用口述的方式效果較不佳，學生無法得到良好的教學效果。

### 評估與因應策略：

注重學習中操作圖表的重要性，由教師先針對分數課程建立架構，並引導學生思考，鼓勵踴躍發表，並在發表後給予正向回饋，並且引導同儕上台操弄分數表徵教具，增加與學生的互動，進而融入生活常碰到的分數情境，讓孩子不知不覺中熟悉分數的概念。如此一來，學生學習上參與度高，相對地教學成效也較佳。

### **問題三：學生表達能力有限，往往知道答案卻說不出為何**

老師上課針對剛剛所講述的分數概念提問時，學生大多保持沈默。如教師鼓勵發言時，大多是某幾位固定學生舉手發表。而其他學生常會受限於口語表達能力，無法完成表達自己的意思，進而影響其自信。所以，無法從課堂上得到師長正面的回饋，以致於上起課來，意願不高，影響學習的效果。

### **評估與因應策略：**

透過同儕間的互動，老師能給予鼓勵與回饋。教師應讓每一個孩子都能有充分發表的機會。對於表達能力較佳的孩子，應給予鼓勵；對於表達能力較差的孩子，能適時給予提示、幫助，讓學生慢慢循序漸進，一步一步地引導。而同學間的互相交流與回饋，也能提升學生的學習興趣。

### 第三節 受試者接受分數表徵教學前後在「分數概念測驗卷」上的表現情形

本研究為更進一步瞭解教學介入對受試者分數概念的改變，在分數表徵教學法介入前後，分別施以「分數概念測驗卷」，此測驗包含10題，每題都有一個正確答案，請受試者選擇好選項後，並解釋為何要選擇此一答案的理由。分析受試者在分數表徵教學學前、後在測驗上表現，整理分析如下。

表4-1 國小中年級學童在分數概念測驗卷(T分數)得分之描述性統計資料

測驗內容	平均數	標準差	最小值	最大值
	(平均正確百分比%)			
第一次施測	43.33	8.16	30	50
第二次施測	58.33	7.52	50	70

由表 4-1 可知，第一次施測平均數為 43.33 分，標準差 8.16，最小值 30，最大值 50。第二次施測平均數為 50.62 分，標準差 4.81，最小值 50，最大值 70。由上述可知經過分數表徵教學法課程後，學生在心理概念測驗卷上平均 T 分數表現有 15 分的進步，答對題數增



加 1~2 題。在最小值與最大值在前後測間，都存在答對 2 題的差距。但仔細探討學生在測驗上表現發現兩次測驗分數都有進步，答對題數增加 1~2 題，表示學生在接受分數表徵教學法後，個體上有進步的結果。

表4-2 分數概念測驗卷前後兩次測驗的得分之差異考驗

	平均數	標準差	t 值
第一次施測	43.33	8.16	-6.708*
第二次施測	58.33	7.52	

備註：1. 測驗得分以 T 分數為計分。

2.\*  $p < .05$     \*\*  $p < .01$     \*\*\*  $p < .001$

由表 4-2 可知第一次與第二次施測平均分數有顯著差異( $p < .05$ )，顯示學生在接受分數表徵教學法後在分數概念測驗卷上 T 分數平均表現有顯著的進步。也可知分數表徵教學法對分數概念有提升之成效。

綜合上述的分析，受試者在「分數概念測驗卷」前、後測的比較上，T 分數平均數提升15分，看似進步很多，但以答對題數來看，每位學生都增加1~2題，這顯示分數表徵教學法對分數概念釐清上，效果是可以期待的。

## 第五章 結論與建議

本研究採取行動研究，以國小中年級參與補救教學學生為研究對象，利用分數多元表徵教學法進行提昇「分數概念」的教學研究。旨在瞭解分數多元表徵教學實施時，學生在分數學習中的表現情形、和在接受分數表徵教學後，在分數概念表現上的進步情形。本研究結論分別說明如下。

### 第一節 結論

一、在利用數學表徵教學應用在分數概念上，學生對於分數初步的迷思有所改善。這表示分數概念表現上在本教學行動後已得到很大的正向進步。

在分數表徵教學法的實施過程中，教師妥善運用各項表徵符號，學生表現可隨著教學行動的修正次數增加而進步。初期對於分數的迷思都能有所釐清，進而瞭解分數所要表達的內容含意。最後，能逐漸在學習環境中熟練地運用數學表徵符號，進而提昇在分數概念上的表現。

二、數學表徵教學法實施後，國小中年級參與補救教學學生能運用表徵符號來減少分數的迷思，進而提升分數概念理解能力。

透過分數概念測驗卷前測與後測，顯示出學生在接受數學表徵教

學法後平均T分數成績高於第一次施測，顯示學生在教學過程中逐漸表徵符號的用途，並且類化至日常生活分數概念中，學生對於分數的圖表和意義，更能掌握與瞭解，因此進而提升其對分數之概念。。

**三、國小中年級補救教學學生在接受分數表徵教學後，對分數概念的增進普遍持正向態度，表示喜歡表徵式的教學方法，並肯定學習分數透過表徵符號能夠提升學習動機。**

參與本研究之國小中年級補救教學學生大多表示喜愛學習分數採用符號表徵式教學優於傳統口述教學型態，並認為透過教師的教具引導，以及同儕上台操作表徵教具，可以提升學習分數概念成效。此外，學生認為表徵符號教學方式較為活潑，與一般數學教學方式大都是老師口述教學有很大的不同，透過自行操作過程，從中去認知覺察自己對於分數概念的理解程度，以提升解決分數問題的能力。

## 第二節 建議

### 壹、補救教學分數課程實施數學表徵符號之建議

依據本研究結果，研究者提出下列幾點建議：

#### 一、於數學科教學中融入「表徵符號教學法」

大多數學生對於數學學習總是感到懼怕，因為學生對於各種表徵之間會出現轉換困難的情形，所以教師必須使用不同的表徵方式，來讓學生學習新的概念並連結以前舊有經驗，協助學生將「具體表徵」抽象化，進而推論出成人「算則」。

#### 二、數學表徵教學內容著重表徵間的關係

研究者於數學表徵教學的過程中發現，由一開始的「具體表徵」經由「圖畫表徵」，最後到「符號表徵」，這些表徵之間關係的「轉換」，對學生而言，都是一個概念的新詮釋。因此，必須讓學生將概念放入表徵中，並可以很彈性地處理新的概念，才能將一個表徵系統轉換至另一表徵系統（引自呂玉琴，1991）。

#### 三、融入多媒體教學

在教學過程中，除了製作教具外，若能適當融入多媒體素材，可以讓學生接受不同感官刺激，同時也能夠加強同儕學習互動的機會，使學生印象深刻，進而應用到其他數學概念。

## 貳、對未來研究之建議

### 一、擴展不同學習單元

本研究旨在研究學生在接受分數表徵教學後，對分數概念能力的提升。故未來研究方向可擴展至其他單元的教學上，並配合多元表徵符號進行教學，以瞭解多元表徵教學法對學生在各種主題的數學理解能力是否有成效。

### 二、後續分數概念之追蹤研究

本研究進行分數概念能力前後測，僅針對分數基本觀念及簡單分數加法進行研究，對往後其他分數概念，如異分母的加減、分數乘法、分數除法等單元，成效是否如預期，仍待檢驗。因此時間允許，可針對分數教學上，可以採用數學表徵法教學成效作進一步追蹤研究。

## 參考文獻

### 壹、中文部分

- 張熙明，楊德清（2006）。國小五年級學童分數表徵教學之研究。中華民國第22屆科學教育研討會，台北市。
- 蔣志邦（1994）。由表徵觀點探討新教材數與計算活動的設計。台灣省國民教師研習會主編：載於國民小學數學科新課程概說（低年級），60-76。台北縣：台灣省國民學校教師研習會。
- 林碧珍（1988）。國小學生數學解題的表現及其相關的因素。國立台灣師範大學數學研究所碩士論文（未出版）。
- 許良榮（1996）：圖形與科學課文學習關係的探討。教育研究資訊，4（4），121-131。
- 張熙明（2004）。國小五年級學童分數表徵教學之研究（未出版之碩士論文）。國立嘉義大學，嘉義市。
- 潘世尊（2003a）。一個行動研究者的雙重追尋：改善教學與對行動研究的認識。未出版博士論文，國立高雄師範大學，高雄。
- 潘世尊（2003）。建構主義學習理論與教學應用。載於張新仁（主編）。學習與教學新趨勢，307-344。台北：心理。
- 洪素敏（2004）。國小五年級學童分數迷思概念補救教學之研究（未出版之碩士論文）。國立嘉義大學數學教育研究所，嘉義。

呂玉琴 (1991)。國小學生的分數概念：1/2 vs. 2/4。國民教育，31，  
10-15。

呂玉琴 (1991)。分數概念：文獻探討。國立臺北師範學院學報，4，  
573-606。

## 貳、英文部分

- Brenner, M. E., Herman, S., Ho, H. Z. & Zimmer, J. M. (1999).  
Cross-National Comparison of Representational Competence. *Journal for Research in Mathematics Education*, 30(5), 541-547.
- Cramer K. A., Post T. R., & DelMas R. C. (2002). Initial fraction learning by fourth- and fifth-grade students: a comparison of the effects of using commercial curricula with the effects of using the rational number project curriculum. *Journal for Research in Mathematics Education*, 33(2), 111-144.
- Lesh, R., Post, T., & Behr, M. (1987). Rational number relations and proportions. In C. Janvier (Ed.), *Problem of representation in teaching and learning of mathematics*(pp.41-58). Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Kieren, T. E. (1976). On the mathematical, cognitive and instructional foundations of rational numbers In R. Lesh (Ed.), *Number and Measurement* (pp. 101-144). Columbus : OH.
- Hunting, R. P.(1986). Rachel's schemes for constructing fraction knowledge. *Educational Studies in Mathematics*, 7,49-86.
- Schon (1987): *Educating the effective practitioner*. San Francisco: Jossey-Bass.
- Fennell, F., & Rowan, T. (2001). Representation: An important process for teaching and learning mathematics. *Teaching Children Mathematics*, 7(5),288-292.
- Fuson & Willis, (1989). *Assessment for instruction*. Boston: Allynand.
- NCTM (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, VA:NCTM.



Cramer K. A., & Henry, A (2002). Use manipulative models to build number sense for addition of fractions. In B. Litwiller & G. Bright (ED.), Making sense of fractions, ratios, and proportions (pp.41-48). Reston, VA : NCTM.

附錄一

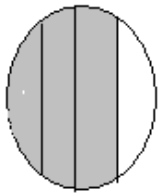
分數概念測驗卷

班級：\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_ 測驗日期：102 年\_\_月\_\_日

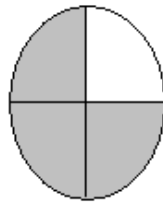
請在每一題中，選出適合的答案，並且在下面寫出為何選這個答案的理由。

( ) 1. 下列哪一個圖形塗色部分可以表示  $\frac{3}{4}$ ？

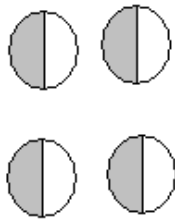
A.



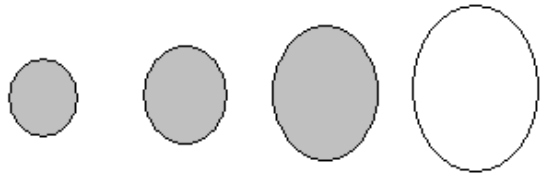
B.



C.



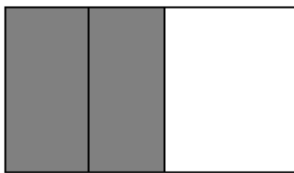
D.



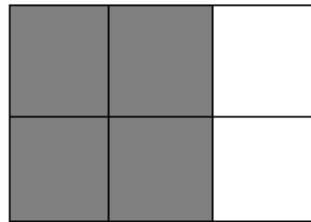
我的理由是 ( \_\_\_\_\_ )

( ) 2. 下列哪一個圖形塗色部分可以表示  $\frac{2}{3}$ ？

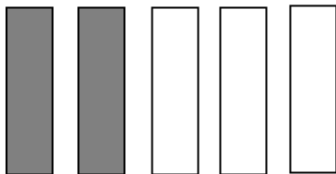
A.



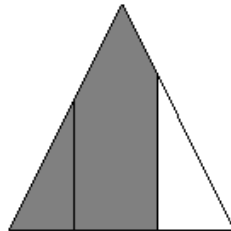
B.



C.

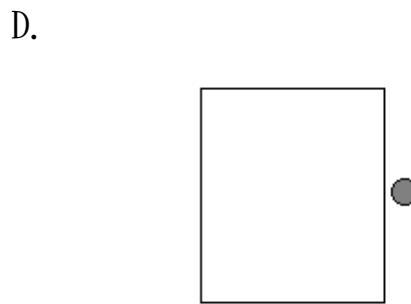
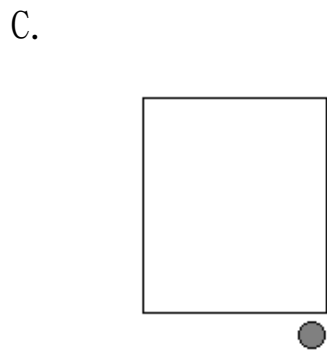
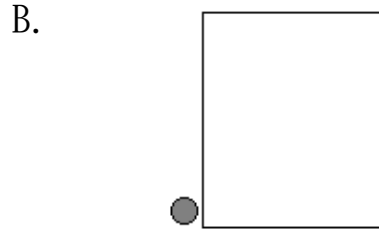
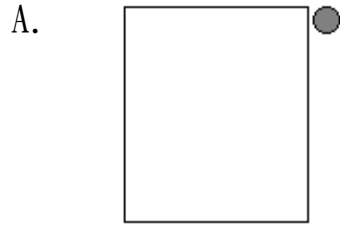
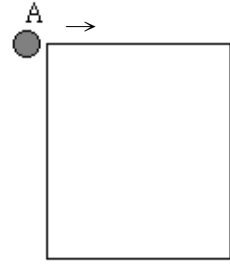


D.



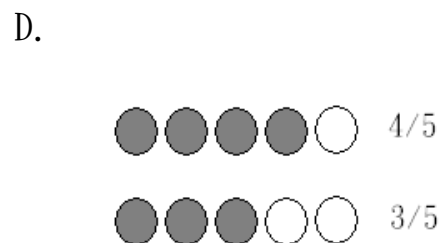
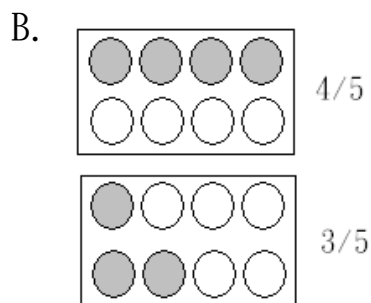
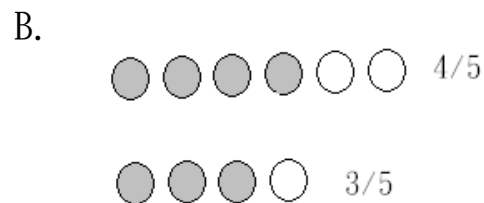
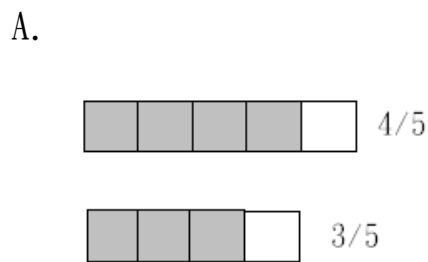
我的理由是 ( \_\_\_\_\_ )

( )3. 學校有一正方形步道，小名從 A 點出發，走了整個步道的  $\frac{1}{2}$ ，下列請問哪一個位置是小名走的位置？



我的理由是 ( \_\_\_\_\_ )

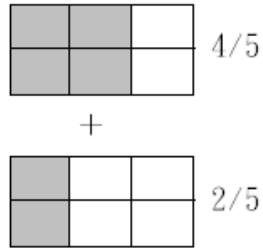
( )4. 下列哪一圖形代表  $\frac{4}{5}$  比  $\frac{3}{5}$  大？



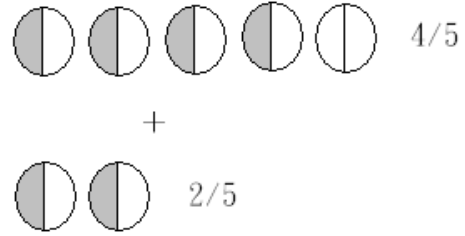
我的理由是 ( \_\_\_\_\_ )

( )5. 下列哪一圖形代表  $4/5 + 2/5 = ?$

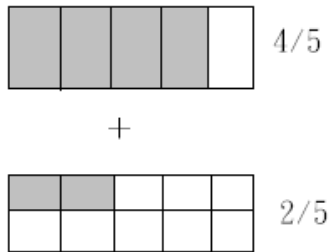
A.



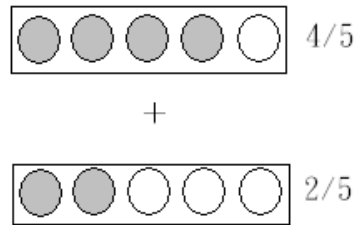
B.



C.



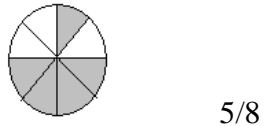
D.



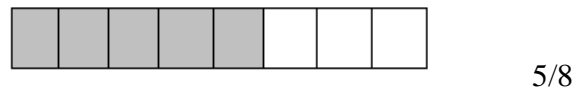
我的理由是 ( \_\_\_\_\_ )

( )6. 下列哪一圖形代表  $3/4$  比  $5/8$  大?

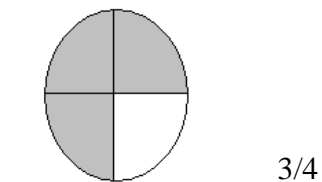
A.



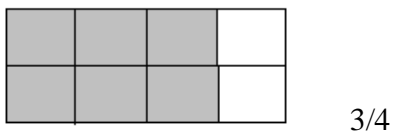
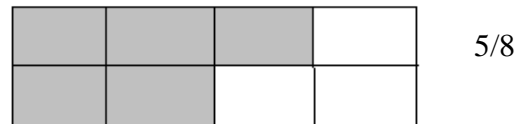
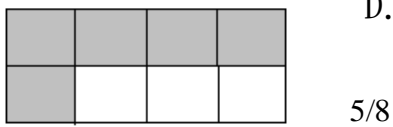
B.



C.



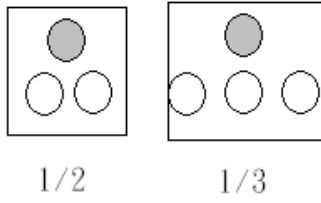
D.



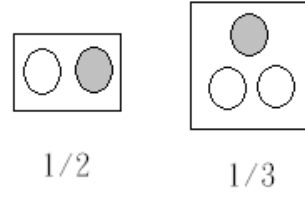
我的理由是 ( \_\_\_\_\_ )

( )7. 下列哪一圖形代表  $1/2$  比  $1/3$  大？

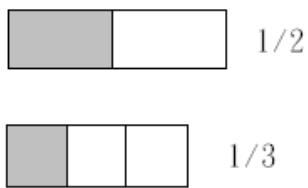
A.



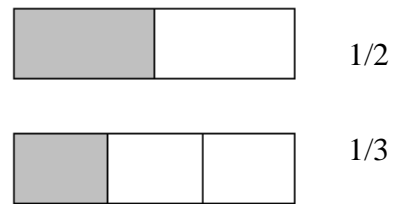
B.



C.



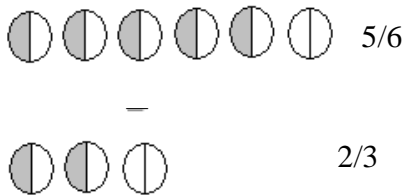
D.



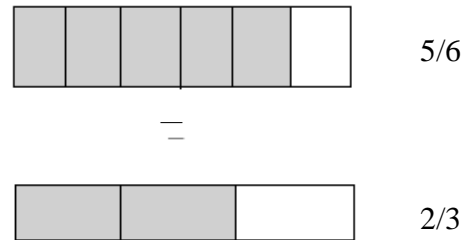
我的理由是 ( \_\_\_\_\_ )

( )8. 下列哪一圖形代表  $5/6 - 2/3 = ?$

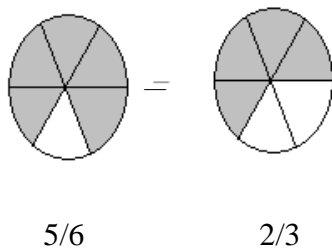
A.



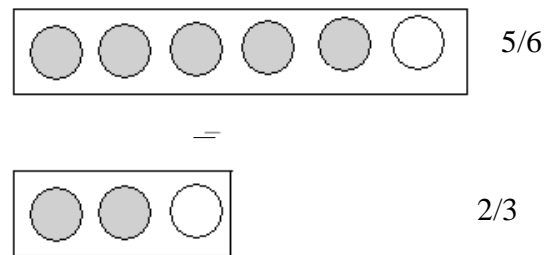
B.



C.

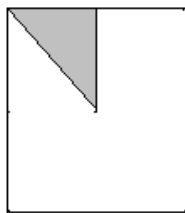


D.



我的理由是 ( \_\_\_\_\_ )

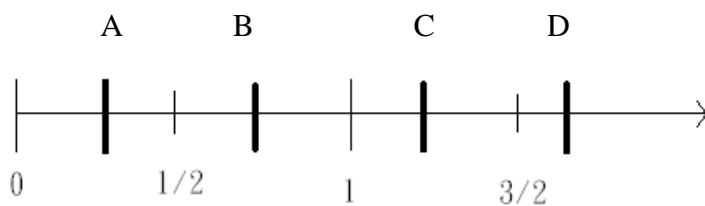
( )9. 請問圖中灰色三角形占整個正方形幾分之幾？



A.  $1/6$     B.  $1/8$     C.  $1/10$     D.  $1/12$

我的理由是 ( \_\_\_\_\_ )

( )10. 請問下列數線中， $1/2+1/3$  最接近哪一個點？



我的理由是 ( \_\_\_\_\_ )