

## 數學遊戲

數學上有幾個數學分支是完全不用數位的。以拓撲學為例，這是一門非常有趣的學科，它是專門研究物體形狀的一門數學。拓撲學中有許多有趣的問題，比如一張只有一面的紙，不用漿糊，把一個紙環剪成兩個套在一起的紙環，等等。實際上拓撲學對於大家來講並不陌生，大家都玩過迷宮遊戲和拼七巧板吧，這些就是拓撲學研究的範圍。來吧，讓我們一起到一個新的數學天地中去遊玩吧。

### 遊戲一 你能讓兩枚曲別針不勾在一起嗎？

拿一張一元錢的鈔票和兩枚曲別針，把鈔票卷成S形。用曲別針短的那一頭別住兩層鈔票，再用另一枚曲別針按同樣的方法別住鈔票的另一頭。準備好了之後，兩手分別抓住卷成S形的鈔票的兩頭，迅速把鈔票拉直，兩枚曲別針就會飛到空中自動勾在一起。

雖然原來鈔票上的兩枚曲別針並沒有挨著，但鈔票拉直後它們都奇妙地勾在一起了。這個現象在拓撲學上叫做曲線轉移。原來那一元錢的鈔票疊成的弧形，被拉直時，轉移到曲別針上了。

如果你想把曲別針勾在一起的秘密弄個明白，你可以慢慢地把那一元錢的鈔票拉直，也許會看出其中的奧妙。慢慢拉有時也能讓曲別針勾在一起，但也有時勾不在一起。所以要想和別人玩這個遊戲，一定得快拉。

### 遊戲二 一個古老的遊戲。

這個遊戲，幾百年來迷惑了不少人，今天你要是玩這個遊戲，可能還會有人與你打賭的。遊戲看起來很簡單，而它的原理卻運用了拓撲學。

找一條內外兩面顏色相同的腰帶，把腰帶內面向裏對折。拿住對折處把它盤起來，盤起來的腰帶當中呈一個S形，內面形成一個S形，外面形成另一個S形。在腰帶內面的S形當中插上一支鉛筆，用一手抓住腰帶的兩端一拉，盤起來的腰帶鬆開了，而鉛筆仍然套在當中，現在你可以用魔術師的口氣對觀眾說：

“誰能象我剛才那樣，使腰帶套住鉛筆嗎？”

儘管你已經給大家作了示範表演，別人無論把鉛筆插在哪里，盤起來的腰帶拉直後，是無法套住鉛筆的，鉛筆總是跑到外面去了。下面就是這個遊戲的竅門：

1，假如別人把鉛筆插到腰帶外面的S中間，那你儘管抓好腰帶的末端，腰帶一鬆開，鉛筆就出來了。

2，假如別人把鉛筆插到腰帶內面的S中間，你就得把腰帶的一端朝腰帶\_\_原來卷緊的相反方向繞一圈，再抓住兩頭一拉，鉛筆就自然地脫離圈套了。

因為當腰帶一端向相反方向轉一圈時，原來朝裏的一面，就變為朝外了，套住的鉛筆自然就會脫出來了。

注意：碰到第二種情況時，就裝著把腰帶繞緊，否則人家會看出破綻。腰帶用兩面顏色一樣的，就是這個原因（為了區分正反面，可把圖畫成兩種不同顏色）。

### 遊戲三 你能把一張紙剪成兩張嗎？

找一張舊報紙，用剪刀把報紙剪出一張5公分寬的紙條，把紙條的一頭翻個面，然後和

另一頭粘在一起，形成一個扭曲的紙圈。沿著 5 公分寬的紙圈的中心線把紙圈剪開，你能剪出兩個紙圈嗎？

剪完一圈，你會發現紙圈還是一個，不過比原紙圈長了一倍。這是什麼原因呢？原來，這種扭曲的紙圈有一個奇妙的特點，它只有一個面，也就是沒有正反面。這是千真萬確的，不信你自己做一個這樣的紙圈，用鉛筆在紙上畫線，鉛筆劃過整個紙圈後，又回到了它原來的出發點，這種紙圈在拓撲學上叫莫比烏斯環。

#### **遊戲四 換個地方剪，你能剪出和上面一樣的紙圈嗎？**

還是按上面說過的方法做一個莫比烏斯環，用剪刀從靠紙邊上三分之一的地方剪開。從頭剪到尾，一直保持離紙邊相同的距離。這樣剪的結果會是一個比原紙圈長一倍的紙圈和一個與原紙圈同樣大的紙圈套在一起，真是有意思極了，這一點你恐怕沒有想到吧。下面，我們還可以繼續做一個新的莫比烏斯環遊戲。

#### **遊戲五 沿著紙環當中剪，你能把它剪成比原來長一倍的紙環嗎？**

這個問題看來和第一個問題差不多，但這次的莫比烏斯環與上面說的莫比烏斯環略有不同：剪一個 5 公分寬的紙條，把紙條的一頭連續翻兩個面後再和另一頭粘在一起，形成一個雙重莫比烏斯環。請你把這個環從當中剪開。

這會是什麼結果呢？剪完後你會發現是和原紙環同樣大的、套在一起的兩個環。如果再把這兩個紙環從當中剪開，你會得到與原紙環同樣大的，而都套在一起的四個紙環。

#### **遊戲六 你能把一張紙折九次以上嗎？**

這個遊戲沒有任何限制，不論你用什麼樣的紙，也不論紙的大小和厚薄，只要你把一張紙折九次以上，你就贏了。每次折紙的時候，要整齊地對折，可以把紙橫折、豎折，也可以對角折。你能把一張紙折九次以上嗎？

實際上，這是一個幾何級數問題。在折紙的時候，第一次紙折成兩層；第二次，紙折成四層；第三次，紙折成了八層。連續不斷地折下去，紙的層數也不斷地增加。當你折到第七次時，紙成了 128 層，這就好象你在折一本書了。要想折九次以上實際上是做不到的。

#### **遊戲七 你能使三個杯子同時朝上嗎？**

取三個杯子排成一排，兩邊的兩個杯子的口朝下，當中的一個杯子的口朝上。請你用雙手把杯子分別翻動三次，每次翻動兩個杯子，你能使三個杯子的口都朝上嗎？

答案：按下面的方法就行（三隻杯子的順序分別為 A、B、C）

第一次：翻動 A 和 B

第二次：翻動 A 和 C

第三次：翻動 A 和 B

這樣 A、B、C 三個杯子的口就都朝上了。此外，把兩邊的兩個杯子的口朝上，當中的杯子的口朝下，你能雙手翻動三次，讓三個杯子的口都朝上嗎？做到這點是不可能的，因為它的條件改變了。雖然是兩個杯子的杯口朝一個方向，另一個杯子的口朝另一方向，但是與上面的情況正好相反。你用雙手將杯子翻動三次，只能使三個杯子的口都朝下，而不能朝上。

## 遊戲八 同樣兩個動作，但先後順序不同，你能得出相同結果嗎？

拿一本書，封面朝上，然後把書從下往上翻個個，再按反時針方向把書旋轉 90 度，結果是書脊對著你，而書的封底朝上。把以上動作重做一遍，就像重新讀這本書一樣，還是剛才的兩個動作。不過這次的順序換了，先把書按反時針方向旋轉 90 度，再把它從下往上翻個個，現在是封底朝上，而書脊離開你了。

為什麼會有不同的結果呢？這是因為上面說的兩種情況雖然都是同樣的翻動和轉動兩個動作，但它們的先後順序不同，結果也就不一樣。你也許會問，為什麼把這個問題放在這一章呢？因為這也是數學問題呀，運動的方向和位置也是數學研究的內容之一。

## 遊戲九 你能把這塊土地分成五份嗎？

一個農民有五個兒子，他去世前，留下遺囑，要兒子們按以下要求分配土地：

- 1，每個兒子必須同時與其他四個兒子為鄰。
- 2，任何兩個兒子的土地，必須至少有一條共同界線，而不能只是一個點。
- 3，每個兒子的土地必須是一整塊。

請你自己畫圖試試，看能不能解決這個難題。實際上，要同時做到以上幾點是不可能的。這個難題是一百多年前德國拓撲學家費地南德·莫比烏斯（上面說到過的奇妙紙環，就是以他的名字命名的）設計出來的。莫比烏斯發現五個圖形，無論形狀和大小如何，不可能同時有共同邊界。多少年來，許多數學家尋求解答這個問題，但此難題還是無解。所以人們又把這道難題叫做“無法兌現的遺囑”。這個拓撲學上的難題有它特殊的用途，繪製地圖的人只要用四種顏色，就能把各種不同的地區分別開來，因為最多只有四個地區可以同時擁有一條共同邊界。這就是所謂“四色猜想”，這個猜想在 1976 年已由電腦作出證明。

## 遊戲十 搶 20 遊戲，你能拿到最後一枚棋子嗎？

這是一個兩個人玩的遊戲。拿 20 枚棋子，每個人輪流從中任意取出一枚、兩枚或三枚，誰拿到最後一枚棋子，誰就贏了。

這個遊戲的秘訣是要讓你的對手先拿，你後拿。你每次拿多少枚棋子，要看你的對手拿走多少。要記住，兩人每次拿走的棋子總數必須是 4 枚。比如對手拿 3 枚，你就拿 1 枚；對手拿 2 枚，你就拿 2 枚。這樣就可以使剩下的棋子數能夠被 4 整除。當第 5 次輪到對手拿時，只剩下 4 枚棋子了，因為每次最多只能拿走 3 枚，剩下的就歸你了。這樣你就贏了！

曾有小朋友將搶 20 遊戲，作成數學科展報告，得到很好成績。（可以推至搶任何數）