

乘除法的一些速算法

乘法的速算，在課本裡學過利用公式速算：“分解結合”速算等，現在再向同學們介紹幾種簡便易行的方法。

一、轉化法。

例 1 計算： 45×0.4

解：同學們對 $25 \times 4 = 100$ 是很容易的，可以將 45 轉化為含有 25 的兩數之和，再利用乘法分配律計算。

$$\begin{aligned} \text{故原式} &= (25 + 20) \times 0.4 \\ &= 10 + 8 \\ &= 18 \end{aligned}$$

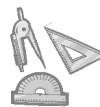
例 2 計算： $2010 \div 1.5$

解：根據商不變的性質，將被除數與除數同時都除以 3，轉化為 $670 \div 0.5$ ，除以 0.5，等於乘以 2，所以

$$\begin{aligned} \text{原式} &= (2010 \div 3) \div (1.5 \div 3) \\ &= 670 \div 0.5 \\ &= 670 \times 2 \\ &= 1340 \end{aligned}$$

當然弄清楚算法，可直接轉化為 $2010 \div 3 \times 2 = 1340$

先觀察下列算式：



$$37 \times 3 \times 1 = 111$$

$$37 \times 3 \times 2 = 222$$

$$37 \times 3 \times 3 = 333$$

$$37 \times 3 \times 4 = 444$$

.....

可見因式中有“ 37×3 ”這樣的因數，都可化成“ $37 \times 3 \times n$ ， $n=1, 2, 3, \dots$ ”的式子，直接用“ $111 \times n$ ”來計算，這樣處理既迅速又準確。

例 3 計算：(1) 37×15 (2) 74×51

解：(1) $15 = 3 \times 5$ ，

$$\text{原式} = 37 \times 3 \times 5$$

$$= 111 \times 5$$

$$= 555$$

(2) 因為 $74 = 37 \times 2$ ， $51 = 3 \times 17$ ，所以

$$\text{原式} = (37 \times 3) \times (2 \times 17)$$

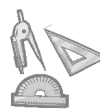
$$= 111 \times 34$$

$$= 3774$$

例 4 計算： 96×25

解：原式 = $96 \div 4 \times 25 \times 4$

$$= 24 \times 100$$



$$=2400$$

解：將 96 轉化為兩數之差，可為 $100-4$ ，所以

$$\text{原式} = (100-4) \times 25$$

$$=2500-100$$

$$=2400$$

二、變序法。

有的題目，將它的結構稍加改變，或改變敘述順序，可使計算簡便。

例 1 計算： $3781 \div 25 \div 4$

解：可將連除形式變為除以兩數的積，這樣使計算簡便。

$$\text{原式} = 3781 \div (25 \times 4)$$

$$= 3781 \div 100$$

$$= 37.81$$

例 2 計算： 7891×25

解：根據積不變的性質，利用 25 這個數的特點，可將 7891 乘以 100，

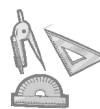
比原來的 25 擴大了 4 倍，要使積不變，應除以 4。所以

$$\text{原式} = 7891 \times 100 \div 4$$

$$= 197275$$

三、擴縮法

根據積、商的變化規律，能使一些計算簡便。



例 1 計算： 450×148

$$\text{解：原式} = (450 \times 2) \times (148 \div 2)$$

$$= 900 \times 74$$

$$= 66600$$

四、個位上是 5 的兩位數的平方。

例 1 計算： 65^2

解： 65^2 即是 65×65 ，可將十位數字乘以比它多 1 的數，得到的數後面寫上 25。所以

$$65^2 \text{ 是 } 6 \times (6+1) = 42, \text{ 在 } 42 \text{ 的後面寫上 } 25, \quad 65^2 = 4225$$

例 2 35^2

解： 35^2 是 $3 \times (3+1) = 12$ ，在它的後面寫上 25，所以 $35^2 = 1225$ 。

五、平方差法。

兩個數相乘時，當一個數比某數 a 大 b ，而另一個數比 a 少 b 時，可

用 $(a+b) \times (a-b) = a^2 - b^2$ 來計算

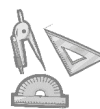
例 1 計算： 73×67

解：73 比 70 大 3，67 比 70 少 3，因此

$$\text{原式} = (70+3) \times (70-3)$$

$$= 70^2 - 3^2$$

$$= 4900 - 9$$



$$=4891$$

例 2 計算： 207×193

解：207 比 200 多 7，193 比 200 少 7，因此

$$\text{原式} = (200+7) \times (200-7)$$

$$=200^2-7^2$$

$$=40000-49$$

$$=39951$$

六、個位上是 1，4，6，9 的兩位數的平方簡算法。

依據是：相鄰兩數的平方差，等於這兩個相鄰數的和。即：如果用 n 、

$n+1$ 表示兩個相鄰的緣，則 $(n+1)^2 - n^2 = n^2 + 2n + 1 - n^2 = 2n + 1$

$$=n+n+1=n+(n+1)$$

前提是：幾十一、幾十六的平方分別等於它們底數的前相鄰數平方加

上底數與前相鄰數的和；幾十四、幾十九的平方分別等於它們底數的

後相鄰數平方減去底數與後相鄰數的和。

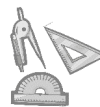
例 1 計算：(1) 41^2 ；(2) 76^2

$$\text{解：(1) } 41^2 = 40^2 + (40+41)$$

$$=1600+81$$

$$=1681$$

$$(2) 76^2 = 75^2 + (75+76)$$



$$=5625+151$$

$$=5776$$

例 2 計算：(1) 64^2 ；(2) 59^2

解：(1) 64^2

$$=65^2 - (64+65)$$

$$=4225-129$$

$$=4096$$

(2) 59^2

$$=60^2 - (59+60)$$

$$=3600-119$$

$$=3481$$

實際計算時，上面例中第一個等號後的式子可以省略；第二個等號後加減運算可藉助直式計算。

七、兩數相乘，首位相同，個位數不同，可用首同移尾法計算。

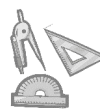
例 1 計算： 54×56

解： $54 \times 56 = 50 \times (56 + 4) + 4 \times 6$

$$=50 \times 60 + 24$$

$$=3024$$

例 2 計算： 158×152



$$\begin{aligned}\text{解：原式} &= (158-8) \times (152+8) + 8 \times 2 \\ &= 150 \times 160 + 16 \\ &= 300 \times 80 + 16 \\ &= 24016\end{aligned}$$

兩個數相乘，若兩個數的個位數不同，可將被乘數的個位數移加至乘數上計算，然後再加上兩個數的個位數之積。

例 3 計算： 167×68

$$\begin{aligned}\text{解：原式} &= (100+67) \times 68 \\ &= 6800 + 67 \times 68 \\ &= 6800 + (67-7) \times (68+7) + 56 \\ &= 6800 + 60 \times 75 + 56 \\ &= 6800 + 4500 + 56 \\ &= 11356\end{aligned}$$

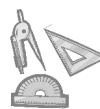
實際計算時，第一等號後至第四等號後的式子都可不寫出來。

八、兩個兩位數相乘，個位上的數字相同，十位上的數字之和為 10

(簡稱末同首合 10)。

方法：將兩個十位數字相乘的積加上個位數，再在得數的右邊寫上個位數的平方數（如果平方數是一位數，應在左邊補一個 0）。

例 1 計算： 74×34



解： 74×34 ，先算 $7 \times 3 + 4 = 25$ ，再在 25 的右邊寫上 16，所以 $74 \times 34 = 2516$ 。

例 2 計算： 46×66

解： 46×66 ，先算 $4 \times 6 + 6 = 30$ ，再在 30 的後面寫上 36，所以 $46 \times 66 = 3036$ 。

9、一個均由 9 組成的數的平方簡算法，可不經運算直接寫出得數。

方法是：將這個數個位上的 9 改為 8，再看前面有幾個 9，就在 8 後面添幾個 0，然後在末尾 0 的後面寫上 1。

掌握了這個方法，可以直接說出或寫出由數字 9 組成的數的平方是多少。

例 1 計算： 999^2

解： $999^2 = 998001$

練習一

計算下列各題。

1. 354×99 845×49 678×101 163×102

2. 74×34 72×25 350×1840 388×197

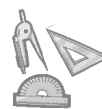
3. 208×192 57×63 268×125

4. 44×46

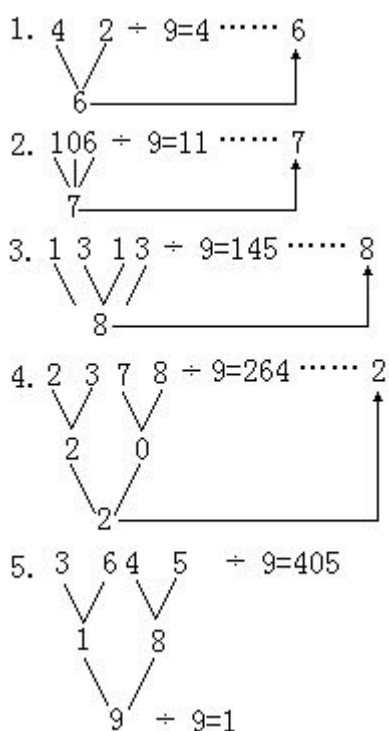
5. 99^2 9999^2

十、神秘的 9。

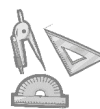
(一) 有趣的“9 餘數”。



自然數除以 9，有一個有趣的性質：餘數正好是這個自然數的各位數字之和；各位數字之和超過 9 的，餘數就是數字之和所組成的數除以 9 所得的餘數；各個數字之和如果正好是 9 的倍數，則這個數就能被 9 整除。例如：



被除數各位數字相加得到一個和，再把這個和的各位數字相加又得到一個和；這樣繼續下去，直到最後的數字之和是個位數為止。最後這個數稱為最初那個數的“數字根”。這個數字根等於原數除以 9 的餘數。求一個數的數字根，最快的方法是在加被除數的各位數字時把 9 捨去。如 6645 的數字根，其中有 9，4+5 是 9，就可以捨去，最後只剩下 3，就是原數的數字根。這個計算過程常稱為“去 9 法”。



(二) 去 9 驗算法。

利用去 9 法可以檢驗很大數目的加減乘除的結果。其中用它來檢驗乘、除法更為簡便。

怎樣驗算乘法：依據積的 9 餘數等於各因數 9 餘數之積的 9 餘數，可先求出各因數的 9 餘數，再求出這些 9 餘數之積的 9 餘數，最後求出要檢驗的積的 9 餘數，看後兩次得到的 9 餘數是否相等。

要注意：去 9 驗算法準確率不是百分之百，有些錯誤用去 9 驗算法是檢驗不出來的。例如數字换位 36 寫成 63；商中間，末尾寫數時多 0 或少 0 等。所以認真計算是最基本、最重要的。

要使去 9 驗算提高效率，抄寫數字要認真核對；算前要估算結果是幾位數，計算後對照檢查。(學習去 9 驗算法請洽本班)

練習二

1. 把你的出生年月日寫出來，連在一起就成了一個多位數。重新排列這些數字，任意構成一個不同的數。在這兩個數中用大的減去小的，得到一個差數。把差數的各個數字加起來，如果是二位數，就再把它兩個數字加起來，最後的結果是 9。請你試一試。
2. 是不是任何人的生日寫出來，做同樣的計算，最後得到的都是 9？