①7x＋3＝5x＋9 ②f(x)＝5x＋9

2x＝6 f(6)＝30＋9

x＝3 ＝39

**◎**這兩組數學式子意義是否相同?

數學式子中**「x」**意義是否相同?

①7x＋3＝5x＋9 ②f(x)＝5x＋9

2x＝6 f(6)＝30＋9

x＝3 ＝39

算式：方程式　　 算式：函數

x：未知數　　　 x：變數

unknow variable

**※**小明帶100元出門，買了5枝一樣

的原子筆後，還剩下40元，

請問一枝原子筆賣多少元?

假設一枝原子筆賣y元

列式：100－5×y＝40

x比較接近未知數或變數概念?

未知數：x是一個確定的數字

變數：x可以是定義域中的數字

**※**一枝原子筆賣5元，一塊橡皮擦賣

8元。買x枝原子筆，1塊橡皮擦，

一共要付多少錢?

列式：5x＋8

x比較接近未知數或變數概念?

未知數：x是一個確定的數字

變數：x可以是定義域中的數字

**※**小明買了5枝一樣的原子筆花了40元

，請問一枝原子筆賣多少元?

5-a-04：能將整數單步驟的具體情境問題列成含有未知數符號的算式，並能解釋算式、求解及驗算。

列式：5×y＝40

**※**一枝原子筆賣5元，一塊橡皮擦賣

8元。買x枝原子筆，1塊橡皮擦，

一共要付多少元?

7-a-02：能用符號算式記錄生活情境中的數學問題

列算式：5x＋8

未知數定理：

ｘ雖然是一個未知數，一個目前不知道等於多少的數，但是，只要它是一個數，它就能與其它的數一起做運算，而且順從運算所有的性質。

(2＋3)×5 (y＋z)×5

＝2×5＋3×5 🢧 ＝y×5＋z×5

＝5y＋5z

3＋3＝3×5

7＋7＝7×5 🢧 y＋y＝y×5＝5y

0.3＋0.3＝0.3×5

國小階段，引入哪些數的運算性質？

三一律：

a，b兩數恰滿足下列一種關係

①a＞b

②a＝b

③a＜b

等價關係：

a，b，c三個數滿足

①反身性：a＝a

②對稱性：a＝b，則b＝a

③遞移性：a＝b，且b＝c，則a＝c

2-n-03：能用＜、＝與＞表示數量大小關係，並在具體情境中認識遞移律。

5＋3和8，誰比誰大？ 記成5＋3＝8

8和5＋3，誰比誰大？ 記成8＝5＋3

5＋3和8，誰比較大？

5＋3和8，誰比誰大？

哪一種問法比較恰當？

5＋3和8，誰比較大？

5＋3比較大

□ □

5＋3 8

5＋3和8，誰比誰大？

5＋3比8大

5＋3 □ 8

數的加法運算：

a，b，c三個數滿足

①加法交換律：

a＋b＝b＋a

②加法結合律：

(a＋b)＋c＝a＋(b＋c)

1-a-01：能在具體情境中，認識加法的

交換律。

2-a-02：能在具體情境中，認識加法順序改變並不影響其和的性質。

數的乘法運算：

a，b，c三個數滿足

①乘法交換律：

a×b＝b×a

②乘法結合律：

(a×b)×c＝a×(b×c)

2-a-03：能在具體情境中，認識乘法

交換律。

4-a-01：能在具體情境中，理解乘法

結合律。

數的加、乘運算：

乘法對加法的分配律：

①乘法對加法的右分配律

(a＋b)×c＝a×c＋b×c

②乘法對加法的左分配律

a×(b＋c)＝a×b＋a×c

乘法對加法的右分配律和左分配律，

誰比較簡單？

52×7＝(50＋2)×7 7×52＝7×(50＋2)

右分配律比左分配律簡單

(a＋b)×c 🢧 a×c＋b×c

乘法概念

a×c＋b×c 🢧 (a＋b)×c

因式分解概念

乘法概念和因式分解概念，

誰比較簡單？

49×199＋49＝？　　87×(98＋2)＝？

乘法概念比因式分解概念簡單

5-a-01：能在具體情境中，理解乘法對

加法的分配律，並運用於簡化

心算。

國小階段討論加、減、乘、除

四種運算。

數學中只討論加、乘二元運算

那些運算關係在減法或除法運算中

也成立？

**※**a、b、c是任意正整數，下列算式

中那些恆成立？

①a÷b×c＝a÷(b×c)。

②a÷b÷c＝a÷(b÷c)。

③a×b÷c＝a×(b÷c)。

④a×b÷c＝a÷b×c。

解題策略：①代數字

②代公式(乘除公式)

③倒數概念

有了相反數或倒數的概念，數學上

只剩下加和乘二元運算

①3**－5**＝3**＋(－5)**(相反數概念)

②3**÷5**＝3**×()** (倒數概念)

加法與減法運算

①a＋b－c＝a－c＋b

②a－b－c＝a－(b＋c)

乘法與除法運算

①a×b÷c＝a÷c×b

②a÷b÷c＝a÷(b×c)

5-a-02：能在具體情境中，理解**先乘再**

**除與先除再乘的結果相同**，也

理解**連除兩數相當於除以此兩**

**數之積**。

a－(b＋c)＝a－b－c

國小(中)階段如何教學？

①透過情境問題：

　　同一個情境有不同的解法

②透過數線：

③透過相反數概念：

　　a－(b＋c)＝a＋(－b－c)

甲有80元，給乙10元，給丙20元，

還剩下多少元？

80─10─20＝50

80─(10＋20)＝50

80─(10＋20)＝80─10─20

a－(b＋c)＝a－b－c

乘法與減法運算：

①乘法對減法的右分配律

(a－b)×c＝a×c－b×c。

②乘法對減法的左分配律

a×(b－c)＝a×b－a×c。

除法與加（減）法運算：

①滿足右分配律：

(a＋b)÷c＝a÷c＋b÷c。

(a－b)÷c＝a÷c－b÷c。

②**不滿足**左分配律：

a÷(b＋c)≠a÷b＋a÷c。

a÷(b－c)≠a÷b－a÷c。

≠＋ ＝＋

x＋x＝？

概念問題：為什麼x＋x＝2x

記錄格式問題：

為什麼x＋x要記成2x

為什麼x＋x不記成(x×2)

「x」＋「x」＝?

「不知道」＋「不知道」＝?

「∞」＋「∞」＝?

「全部」＋「全部」＝?

「x」＋「x」＝?

「總統」＋「總統」＝?

「宇宙」＋「宇宙」＝?

5＋5＝10(以1為單位的答案)

5＋5＝5×2（2個5合起來)

7＋7＝14(以1為單位的答案)

7＋7＝7×2（2個7合起來)

x＋x＝x×2＝2x

2個x合起來是2x，x可以是任意數，

x的值確定，2x的值就確定。

(3＋4)×5＝3×5＋4×5

(3＋4)×7＝3×7＋4×7

(3＋4)×y＝3×y＋4×y

＝3y＋4y

算出答案就看不到數學上的關係

6÷2(2+1)＝？

① 6÷2×(2＋1) ② 6÷[2×(2＋1)]

＝6÷2×3 ＝6÷[2×3]

＝3×3 ＝6÷6

＝9 ＝1

乘法算式 vs 乘積

3×5 ＝ 15

a×b ＝ ab

a·b ＝ ab

a·5 ＝ 5a

15＝3×5 ⇨ 60÷15＝60÷3×5

60÷15＝60÷(3×5)

60÷5x＝60÷5·x＝12·x＝12x

60÷5x＝60÷(5·x)＝12·x＝12x

6÷2(2＋1)＝？

① 6÷2×(2＋1) ② 6÷[2×(2＋1)]

＝6÷2×3 ＝6÷[2×3]

＝3×3 ＝6÷6

＝9 ＝1

2(2＋1)是積或是積式？

未知數：

單步驟問題　⇨　兩步驟問題

⇨　三步驟問題

⇨　多步驟問題

算式　⇨　算式填充題

⇨　一元一次方程式(列式)

x＋5＝13 y×5＝20

加減或乘除互逆　⇨ 等量公理

變數：

甲有10元，乙給他多少元後甲有18元？

一年級：

10＋( )＝18，利用往上數解題

如果學生記成18－10＝( )

教師也應該接受

甲有27元，乙給他多少元後甲有81元？

二年級：

限制學生記成81－27＝( )

利用加減互逆的概念解題

甲有27元，乙給他多少元後甲有81元？

五年級：

限制學生記成27＋x＝81

利用加減互逆的概念解題

六年級：

限制學生記成27＋x＝81

利用等量公理概念解題